100-(46)

連続講座

断層映像法の基礎 第14回 MRIの3次元再構成シミュレーション

篠原 広行<sup>1)</sup>・大渕 新<sup>1)</sup>・坂口和也<sup>1)</sup> 橋本 雄幸<sup>2)</sup>

1) 東京都立保健科学大学 放射線学科
 2) 横浜創英短期大学 情報処理学科

## はじめに

第13回でMRIの3次元再構成について説明した。そ の中で、3次元投影再構成法と3次元フーリエ変換法を 取り上げた。

今回は、MRIにおける3次元再構成の中の3次元フー リエ変換法について、具体的な計算機シミュレーション の方法を述べる。まずは、3次元マトリックス内の1点に のみ水素原子がある場合の3次元フーリエ変換法の計 測データを示す。次に、そのデータから、3次元フーリエ 逆変換により元の1点が再構成され、その位置を特定で きることを示す。次に、数値ファントムを用いた場合の計 測データを示し、3次元フーリエ逆変換で画像再構成を 行い、再構成された画像を示す。再構成像は3次元にな るので、そのうちのいくつかのスライスについてその画像 を2次元で示す。

1.	1点画	像の	)3次	元計測	J

2.1点画像の3次元再構成

3. 数値ファントムのシミュレーション

# 1.1点画像の3次元計測

3次元フーリエ変換法は、勾配磁場の方向をx、yおよ びz方向に分けて考え、直接3次元フーリエ空間のデー タを計測し、3次元フーリエ逆変換で再構成を行う。勾配 磁場の方向、x、yおよびz方向に対し、それぞれG<sub>x</sub>、G<sub>y</sub> およびG<sub>z</sub>の強度を持つ線形勾配磁場を時間t<sub>x</sub>、t<sub>y</sub>およ びt<sub>z</sub>の間、印加したあとに得られる信号は、被写体分布 の3次元フーリエ変換関数F(ξ,η,ζ)の

$\xi = \gamma G_x t_x$		
$\eta = \gamma G_y t_y$		(1)
$\zeta = \gamma G_z t_z$		

における関数値を与える。ここで、y は磁気回転比である。この計測では、先にy方向とz方向にGyおよびGzの

強度を持つ線形勾配磁場を $t_y$ および $t_z$ の間与えたあと、 x方向に $G_x$ の強度を持つ線形勾配磁場を与えながら信 号を読み出す。このとき、前者が「位相エンコード (phase encoding)」となり、後者が「読み出し (read out)」とな る。x方向に時間tで読み出される信号は、

 $\mathbf{s}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}(\gamma \mathbf{G}_{\mathbf{x}} \mathbf{t}, \gamma \mathbf{G}_{\mathbf{y}} \mathbf{t}_{\mathbf{y}}, \gamma \mathbf{G}_{\mathbf{z}} \mathbf{t}_{\mathbf{z}})$ (2)

となる。これをもう少し詳しく式で表すと、

 $\mathbf{s}(t) = \int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) e^{-i \gamma (G_x \mathbf{x} t + G_y \mathbf{y} t_y + G_z \mathbf{z} t_z)} d\mathbf{x} d\mathbf{y} d\mathbf{z}$ (3)

となる。

水素原子がある1点(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>)にのみ存在する場 合、そこから出てくる信号s(t)は、

 $\mathbf{s}(t) = \int \int \int S_0 \delta(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0) e^{-i\gamma(G_x \mathbf{x} t + G_y \mathbf{y} t_y + G_z \mathbf{z} t_z)} d\mathbf{x} d\mathbf{y} dz$ (4)

となる。ここで、 $S_0$ は ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) に存在する水素原子の 量に相当する強度であり、 $\delta$ ()はデルタ関数である。こ の式は、

 $\mathbf{s(t)} = S_0 e^{-i\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)}$ 

(5)

と表すことができる。

実際の計測は、実部の値と虚部の値に分けて計測す るので、実部の計測値は、

$s_{re}(t) = S_0 \cos[\gamma(t)]$	$G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)$	(6)

となり、虚部の計測値は、

 $s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y + G_z z_0 t_z)]$ (7)

となる。また、本来は、この式に緩和の項が掛かってくる が、今回は緩和の項は含めずに考えることにする。

この計測値に実際の値を当てはめて、シミュレーショ ンを行う。磁気回転比yは水素原子核の場合、 42.58MHz/T(テスラ)である。勾配磁場G<sub>x</sub>を0.12G(ガ ウス)/cmとする。1G(ガウス)は、10<sup>4</sup>T(テスラ)である。

別刷請求先:〒116-8551 東京都荒川区東尾久7-2-10 東京都立保健科学大学 保健科学部放射線学科 篠原広行 TEL:03-3819-1211 FAX:03-3819-1406 水素原子の信号強度S<sub>0</sub>は1とし、(x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>)を(2cm, 1cm, 3cm)に設定する。図1に設定した水素原子の位置を示す。

すると、実部の計測値は、

 $s_{re}(t) = \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times 2 \times t + 1 \times G_v t_v + 3 \times G_z t_z)]$ 



図1 3次元空間上の水 素原子が存在する点 水素原子は、(2cm, 1cm, 3cm)の位置にある。

(8)

となる。一方、虚部の計測値は、

$$s_{im}(t) = -sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times 2 \times t + 1 \times G_y t_y + 3 \times G_z t_z)]$$
(9)

となる。ここで、GytyとGztzは位相エンコードである。計 測データを3次元フーリエ空間の正方格子に乗るように するためには、計測を0.1msごとに行った場合、tyとtzを 1msとすると、位相エンコードの勾配磁場Gyは0.012G (ガウス)=0.012×10<sup>4</sup>T (テスラ)ごとに変化させて計測 することになる。これは、位相エンコードの度合いがサン プリングの間隔と対応するように設定するためである。 計測のサンプリング点をk、位相エンコードの変化の度 合いをy方向がl、z方向がmとして式に表すと、

 $s_{re}(k,l,m) = cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times \{a(k)+b(l)+c(m)\}]$  (10a)

 $s_{im}(k,l,m) = -sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (a(k)+b(l)+c(m))] (10b)$ 

 $\begin{aligned} \mathbf{a}(\mathbf{k}) &= 0.12(G) \times 10^{-4} \times 2(cm) \times \mathbf{k} \times 0.1(ms) \times 10^{-3} \\ \mathbf{b}(\mathbf{l}) &= 0.012(G) \times 10^{-4} \times 1(cm) \times \mathbf{l} \times 1.0(ms) \times 10^{-3} \\ \mathbf{c}(\mathbf{m}) &= 0.012(G) \times 10^{-4} \times 3(cm) \times \mathbf{m} \times 1.0(ms) \times 10^{-3} \end{aligned} \tag{10c}$ 



(c) z方向の位相エンコードm=0に おける実部の計測データ



(f) z方向の位相エンコードm=-1に おける虚部の計測データ





(a) z方向の位相エンコードm=1に おける実部の計測データ



(d) z方向の位相エンコードm=0に おける虚部の計測データ

(b) z方向の位相エンコードm=1に おける虚部の計測データ



(e) z方向の位相エンコードm=-1に おける実部の計測データ

図2 計測の勾配磁場Gxを0.12G/cmとしたときの計測データの実部と虚部の画像 水素原子の信号強度Soは1とし、サンプリング間隔は0.1ms、水素原子が存在する1点 の位置を(2cm, 1cm, 3cm)に設定した。時間軸kを横軸、y方向の位相エンコードの 大きさであるIを縦軸として、画像で表している。位相エンコードの大きさは、x方向の勾 配磁場とサンプリング間隔に合わせて決めている。 102-(48)



(a) z=18のときのxy平面での2 次元画像



(b) z=19のときのxy平面での2次元 画像(点源が最も強く現れている)



(c) z=20のときのxy平面での2次 元画像((b)よりは弱いが点源が多 少現れている)

図3 図2に示した計測データをもとにして、3次元フーリエ逆変換で再構成した結果



となる。ここで、サンプリング点kは計測時間に相当する が、フーリエ空間をマイナス方向の端から計測するよう に換算するために-n/2からn/2-1までの整数値をとるこ とにする。位相エンコードの度合いとmも-n/2からn/2-1までの整数値をとる。この場合の計測は、1とmの値を 先に決めておき、その値にしたがって位相エンコードを 掛け、kが示すサンプリング点で計測値をサンプリング する。この過程を1とmの値を変えながらn×n回繰り返 し計測することになる。

この計測データのm=1, m=0, m=-1の場合を、kを 横軸にとり、lを縦軸にとって2次元の画像に表したもの を図2に示す。図2(a),(b)がm=1の実部と虚部、図 2(c),(d)がm=0の実部と虚部、図2(e),(f)がm=-1の実部 と虚部である。緩和を考慮していないので、それぞれの データは縞模様が続いて見える。縞の向きは、原点から 点源(2cm, 1cm, 3cm)の方向を向いている。表示す るmの位置が変わることによって、縞模様の位置が少し ずつ異なっているのが確認できる。

#### 2.1点画像の3次元再構成

再構成される3次元画像は、128×128×128ボクセル とする。勾配磁場を0.12G/cmにしたので、3次元画像領 域の1辺は約20cmとなる。3次元フーリエ変換法では、 計測データを3次元フーリエ逆変換することによって、被 写体の3次元画像を得ることができる。スピンエコー法 を用いれば、フーリエ空間を格子状に計測することが できる。図2で示した計測データは、3次元のフーリエ空 間のデータである。このデータから3次元フーリエ逆変 換で画像再構成する。

3次元フーリエ変換で再構成した画像を図3に示す。 図3(a),(b),(c)は、それぞれz=18, z=19, z=20でのx,yの 画像を示している。1辺が約20cmになっているので、点 源 (2cm, 1cm, 3cm) は、画像では中心から (12.8, 6.4, 19.2) となる。(b)において最も強く点源が現れている。(c) も多少点源が現れているのは、点源の真の位置が19.2 となるので、そのずれの分が(c)に現れていると思われる。xとyの位置もほぼ仮定通りに点源が現れている。

## 3. 数値ファントムのシミュレーション

ここで用いる数値ファントムの形状の模式図を図4に 示す。また、そのz=0、z=1、z=2、z=3のときのファントム 画像をそれぞれ図5(a),(b),(c),(d)に示す。ボクセル数は 128×128×128で、1辺は20cmと仮定する。

3次元フーリエ変換法で数値ファントムの場合、計測 される信号は、被写体の各点から放出された信号の和 となる。数式で表すと(3)式になる。これを勾配磁場Gが 0.12G/cmのときのシミュレーションに当てはめて書き直 すと、

 $s_{re}(t) = \sum_{x=-64}^{65} \sum_{y=-64}^{65} S(x,y,z) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times (11a)) + \frac{20}{128} \times x \times t + \frac{20}{128} \times y \times G_{y} t_{y} + \frac{20}{128} \times z \times G_{z} t_{z})]$ (11a)



#### 2003年9月30日



(a) 3次元数値ファントムをz=0
 の位置で、xy平面を2次元画像
 で表示したもの



(b) 同じくz=1の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの



(c) 同じくz=2の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの



(d) 同じくz=3の位置で、xy平面を
 2次元画像で表示したもの



図5 3次元数値ファントムをzの位置を





(a) z方向の位相エンコードm=0に おける実部の計測データ



(d) z方向の位相エンコードm=10に おける虚部の計測データ



(b) z方向の位相エンコードm=0に おける虚部の計測データ



(e) z方向の位相エンコードm=20に おける実部の計測データ

図6 計測の勾配磁場G<sub>x</sub>を0.12 G/cm、サンプリング間隔を0.1msとして、数値ファント ムから作成した計測データの画像 時間軸kを横軸、y方向の位相エンコードの大きさであるIを縦軸として、画像で表したもの。



(c) z方向の位相エンコードm=10 における実部の計測データ



(f) z方向の位相エンコードm=20に おける虚部の計測データ



104-(50)



(a) z=0のときのxy平面での 2次元画像

・ (b) z=1のときのxy平面での

2次元画像



(c) z=2のときのxy平面での 2次元画像

図7 図6に示した計測データをもとにして、 3次元フーリエ逆変換で再構成した結果 b c d



(d) z=3のときのxy平面での 2次元画像

$$s_{im}(t) = \sum_{x=-6i}^{\infty} \sum_{y=-6i}^{\infty} -S(x, y, z) sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times (11b)) + \frac{20}{128} \times x \times t + \frac{20}{128} \times y \times G_y t_y + \frac{20}{128} \times z \times G_z t_z)]$$
(11b)

となる。ここで、S(x, y, z)は数値ファントムの強度分布 を表している。x,yとzは、128×128×128ボクセルの数値 ファントムの中心が(0,0,0)となるようにボクセルに対応 づけている番号である。数値ファントムの1辺は20cmに 相当しているので、実際の画素の位置は、それぞれ 20/128×x (cm)と20/128×y (cm)と20/128×z (cm) になる。計測を0.1msごとに行い、 $t_y \ge t_z \ge 10^{4}$ T (テ スラ)ごとに変化させて計測すると、

$$s_{re}(k,l,m) = \sum_{x=-6i}^{\infty} \sum_{z=-6i}^{\infty} \sum_{z=-6i}^{\infty} S(x,y,z) \cos [2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times \{a(k)+b(l)+c(m)\}]$$
(12a)

$$s_{im}(k,l,m) = \sum_{x=6i}^{53} \sum_{y=-6i}^{53} -S(x,y,z)sin \\ [2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times [a(k) \times b(l) \times c(m)]]$$
(12b)

$$\begin{aligned} &a(k)=0.12(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times_X(cm)\times_k\times0.1(ms)\times10^{-3} \\ &b(l)=0.012(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times_Y(cm)\times1\times1.0(ms)\times10^{-3} \\ &c(m)=0.012(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times_Z(cm)\times_m\times1.0(ms)\times10^{-3} \end{aligned}$$

となる。ここで、kはサンプリング点を表し、-n/2から計測 数n/2-1までの整数値をとり、lとmは位相エンコードの大 きさを表し、-n/2からn/2-1までの整数値をとる。1点画 像のときと同様に、この計測データのm=1, m=0, m=-1の場合を、kを横軸にとり、1を縦軸にとって画像で表し たものを図6に示す。図6(a),(b)がm=0の実部と虚部、図 6(c),(d)がm=10の実部と虚部、図6(e),(f)がm=20の実 部と虚部である。

3次元フーリエ変換法では、計測データを3次元フー リエ逆変換すれば画像再構成になるので、先ほど示し た計測データをもとに3次元フーリエ逆変換する。再構 成像は、3次元の像になるが、3次元では表示できない のでzの位置を固定して、xy平面で2次元の画像として 表示する。その再構成の結果を図7に示す。 図7(a),(b),(c),(d)は、それぞれz=0,z=1,z=2,z=3の場合 のxy平面の再構成像である。数値ファントムの画像と 比較しても、ほぼ同じような画像が再構成されているの が分かる。

#### 謝辞

本稿で使用したプログラムの開発は、東京都立保健科学 大学特定プロジェクト研究「生体内可視化技術に関する教 育研究支援プログラムの開発」によるものである。 ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧下さい。

# 複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但 し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センタ ー ((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾 契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許 諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX:03-3475-5619 E-mail:info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

http://www.jaacc.org/

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations) .

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619