連続講座

断層映像法の基礎 第10回 MRI 2次元フーリエ変換法のシミュレーション

- 篠原 広行¹⁾
 橋本 雄幸²⁾
 杉本 英冶³⁾
- 1)東京都立保健科学大学 放射線学科
 2)横浜創英短期大学 情報処理学科
 3)昭和大学藤が丘病院 放射線科

はじめに

第9回は、MRIの投影再構成法の具体的なシミュレ ーションを説明した。点源を仮定したときに、投影再構成 法ではどのような信号が計測され、どのように再構成す るのかを計算機上でシミュレーションする方法を示した。 また、数値ファントムを作成して、そのファントムからどの ような信号が計測され、それを元にどのように画像が再 構成されるのかも示した。

今回は、MRIの再構成でもっとも一般的に使われて いる、2次元フーリエ変換法の画像再構成を具体的な 計算機シミュレーションで示す。まずは、投影再構成の ときと同様にマトリックスの1点にのみ水素原子がある 場合の2次元フーリエ変換法の計測データを示す。次 に、そのデータから、2次元フーリエ逆変換により元の1 点が再構成され、その位置を特定できることを示す。次 に、数値ファントムを用いた場合の計測データを示し、2 次元フーリエ逆変換で画像再構成を行い、再構成され た画像を示す。

- 1. 1点画像の計測
- 1点画像の再構成
- 3. 数値ファントムからの計測
- 4. 数値ファントムの画像再構成

1.1点画像の計測

1方向に勾配磁場Gを加えて計測し、それをあらゆる 角度から集めた計測データから再構成を行うのが、投 影再構成法である。それに対し、勾配磁場の方向をxお よびy方向に分けて考え、直接2次元フーリエ空間のデ ータを計測し、2次元フーリエ逆変換で再構成を行うの が2次元フーリエ変換法である。勾配磁場の方向、xお よびy方向に対し、それぞれG_xおよびG_yの強度を持 つ線形勾配磁場を時間 t_x および t_y の間、印加したあ とに得られる信号は、被写体分布の2次元フーリエ変換 $F(\xi, \eta)$ の

$$\xi = \gamma G_{\rm x} t_{\rm x}$$
(1)
$$\eta = \gamma G_{\rm y} t_{\rm y}$$

における関数値を与える。ここで、y は磁気回転比であ る。通常の計測では、y方向へGyの強度の線形勾配磁 場をtyの間与えたあと、x方向にGxの強度の線形勾配 磁場を与えながら信号を読み出す。このとき、前者を「位 相エンコード (phase encoding)」、後者を「読み出し (read out)」と呼んでいる。読み出される信号は、

$$s(t)=F(\gamma G_x t, \gamma G_y t_y)$$

となる。これをもう少し詳しく式で表すと、

 $\mathbf{s}(t) = \int \int f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) e^{-i\mathbf{r}(G_{\mathbf{x}}\mathbf{x}t + G_{\mathbf{y}}\mathbf{y}t_{\mathbf{y}})} d\mathbf{x} d\mathbf{y}$

(3)

(4)

(2)

となる。

水素原子がある1点(x₀, y₀)にのみ存在する場合、 そこから出てくる信号s(t)は、

 $\mathbf{s}(\mathbf{t}) = \int \int \int \mathbf{s}_0 \delta(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) e^{i\mathbf{r}(\mathbf{G}_x \mathbf{x} \mathbf{t} + \mathbf{G}_y \mathbf{y} \mathbf{t}_y)} d\mathbf{x} d\mathbf{y}$

となる。ここで、S₀は(x₀, y₀)に存在する水素原子の量に 相当する強度であり、δ()はデルタ関数である。この式は、

 $\mathbf{s}(t) = \mathbf{S}_0 e^{-i\mathbf{r}(\mathbf{G}_x \mathbf{x}_0 t + \mathbf{G}_y \mathbf{y}_0 t_y)}$ (5)

と表すことができる。

実際の計測は、コイルを90度ずらした位置に置いて、 実部の値と虚部の値に分けて計測するので、実部の計 測値は、 40-(40)

 $s_{re}(t)=S_0cos[\gamma(G_xx_0t+G_yy_0t_y)]$

となり、虚部の計測値は、

$s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y)]$ (7)

となる。また、本来は、この式に緩和の項が掛かってく るが、今回は分かりやすくするために、緩和の項は含め ずに考えることにする。

この計測値に実際の値を当てはめて、シミュレーショ ンをする。磁気回転比 y は水素原子核の場合、 42.58MHz/T(テスラ)である。勾配磁場G_xを0.1G(ガウ ス)/cmとする。1G(ガウス)は、10⁴T(テスラ)である。 水素原子の信号強度S₀は1とし、(x₀, y₀)を(5cm, 3cm)に設定する。すると、実部の計測値は、

 $s_{re}(t) = cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.1 \times 10^{-4} \times 5 \times t + 3 \times G_y t_y)]$ (8)

となる。一方、虚部の計測値は、

 $s_{im}(t) = -sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.1 \times 10^{-4} \times 5 \times t + 3 \times G_y t_y)]$ (9)

となる。ここで、Gytyの位相エンコードであるが、x方向の勾配磁場の強度と計測のサンプリング間隔に合わせて、計測データが2次元フーリエ空間の正方格子に乗るように決める必要がある。通常tyの時間は一定に保ち、



図1 計測の勾配磁場G_xを0.1 G/cmとしたときの計測デ ータの実部と虚部の画像。水素原子の信号強度S₀は1とし、 サンプリング間隔は0.1 ms、水素原子が存在する1点の 位置を(5cm, 3cm)に設定した。時間軸kを横軸、位相エ ンコードの大きさであるmを縦軸として、画像で表している。 位相エンコードの大きさは、x方向の勾配磁場とサンプリン グ間隔に合わせて決めている。



(d) 同じく、虚部の計測 データ



(6)



(e) 勾配磁場が0.02G/cmの 実部の計測データ

(c) 勾配磁場が0.05G/cmの 実部の計測データ



(f) 同じく、虚部の計測データ

図2 計測の勾配磁場を変えた場合の計測データの画像。

Gyの勾配磁場をプラスからマイナスまで変化させて計 測することになる。計測を0.1msごとに行い、tyを1msと すると、位相エンコードの勾配磁場Gyは0.01G(ガウス) =10⁶T(テスラ)ごとに変化させて計測することになる。 これは、位相エンコードの度合いがサンプリングの間隔 と対応するように設定するためである。計測のサンプリ ング点をk、位相エンコードの変化の度合いをmとして 式に表すと、

$s_{re}(k,m) = \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \\ \times (0.1 \times 10^{-4} \times 5 \times k \times 10^{-4} + 3 \times m \times 10^{-6} \times 10^{-3})] (10a)$

$s_{im}(k,m) = -sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \\ \times (0.1 \times 10^{-4} \times 5 \times k \times 10^{-4} + 3 \times m \times 10^{-6} \times 10^{-3})] (10b)$

となる。ここで、サンプリング点kは0から計測数nまでの整数値をとり、位相エンコードの度合いmは-n/2から n/2-1までの整数値をとる。この場合の計測は、mの値 を先に決めておき、その値にしたがって位相エンコード を掛け、kが示すサンプリング点で計測値をサンプリン グする。この過程をmの値を変えながら何度も繰り返し 計測する。この計測データを、kを横軸にとり、mを縦軸 にとって画像で表したものを図1(a),(b)に示す。図1(a)が 実部で、図1(b)が虚部である。

また、計測の勾配磁場G_xを0.2G/cm、0.05G/cm、 0.02G/cmに変えて計測した実部と虚部の計測データ の画像をそれぞれ図2(a)から(f)に示す。勾配磁場が小 さくなるほど、斜めに出ている縞の間隔が広くなる。縞の 向きは、原点から点源 (5cm, 3cm)の方向を向いてい る。今回は、緩和を考慮していないので、縞が減衰せず に続いている。



図3 画像上で、水素原子が存在する点を示している。 画像の大きさは20cm正方で、水素原子は、(5cm, 3cm) の位置にある。



(a) 勾配磁場が0.2G/cmの 再構成像



(b) 勾配磁場が0.1G/cmの 再構成像



(c) 勾配磁場が0.05G/cmの 再構成像



(d) 勾配磁場が0.02G/cmの 再構成像



図5 勾配磁場を0.12G/cmにした場合の計測データと再構成の結果。



図6 数値ファントム 画素数 は128x128で、1辺は20cm。楕円 の組み合わせで作られている (形状は第9回参照)。最大値 1.04、最小値0.99で表示してい



(a) 実部の計測データ



(b) 虚部の計測データ

図7 計測の勾配磁場G_xを0.1 G/cm、サンプリング間隔を0.1msとして、数 値ファントムから作成した計測データの画像。時間軸kを横軸、位相エンコー ドの大きさであるmを縦軸として、画像で表したもの。

2.1点画像の再構成

画像の大きさを縦横共に20cmと仮定すると、画像の 中心から(5cm, 3cm)のところに1点だけ水素原子が 存在するとしたので、それを図で表すと図3のようにな る。画像のマトリクスは、128×128画素とする。2次元フ ーリエ変換法では、計測データを2次元フーリエ逆変換 することによって、被写体の画像を得ることができる。ス ピンエコー法を用いれば、そのまま2次元フーリエ逆変 換できるのであるが、図1および図2で示した計測デー タは、2次元フーリエ変換の半分のデータしかない。これ は、数式を簡単にするために半分のデータで考えてい る。残り半分のデータは、再構成画像が実部しか存在し ないことから、複素共役の条件で作成することができ る。その処理を施したあとに2次元フーリエ逆変換で画 像再構成する。

勾配磁場G_xを0.2G/cm、0.1G/cm、0.05G/cm、 0.02G/cmに変えた場合の再構成の結果をそれぞれ図 4(a)から(d)に示す。勾配磁場を小さくしていくと、再構成 像の点の位置が中心に近づいていく。これは、投影再 構成のときと同様に、勾配磁場によって画像視野の範 囲が変わることを意味する。128×128の画像視野をは じめに仮定した20cm正方にするためには、勾配磁場を 約0.12G/cmにすればよい。その時の計測データと再構 成の結果をそれぞれ図5(a)から(c)に示す。

3. 数値ファントムの計測

ここで用いる数値ファントムを図6に示す。画素数は 128x128で、1辺は20cmとする。この数値ファントムは、 前回の第9回で用いたものと同じものである。

2次元フーリエ変換法でも数値ファントムの場合、計測 される信号は、画像の各点から放出された信号の和とな る。数式で表すと(3)式になる。これを勾配磁場Gが 0.1G/cmのときのシミュレーションに当てはめて書き直すと、

$$\begin{split} s_{\rm re}(t) &= \sum_{i=64}^{65} \sum_{j=64}^{65} S(i,j) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \\ &\times (0.1 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times t + \frac{20}{128} \times j \times G_{\rm y} t_{\rm y})] \ (11a) \\ s_{\rm im}(t) &= \sum_{i=64}^{65} \sum_{j=64}^{65} -S(i,j) \sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \\ &\times (0.1 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times t + \frac{20}{128} \times j \times G_{\rm y} t_{\rm y})] \ (11b) \end{split}$$

42-(42)

2002年3月31日



(a) 勾配磁場が0.2G/cmの実部の計測データ



(d) 同じく、虚部の計測 データ



(b) 同じく、虚部の計測 データ



(c) 勾配磁場が0.05G/cmの 実部の計測データ



(e) 勾配磁場が0.02G/cmの 実部の計測データ



(f) 同じく、虚部の計測 データ

図8 計測の勾配磁場を変えた場合の数値ファントムから作成した計測データの画像。

となる。ここで、S(i, j)は数値ファントムの強度分布を表 している。iとjは、128x128画素の数値ファントムの中心 が(0, 0)となるように画素に対応づけている番号であ る。数値ファントムの128画素の1辺は20cmに相当して いるので、実際の画素の位置は、それぞれ20/128×i (cm)と20/128×j (cm)になる。計測を0.1msごとに行 い、tyを1msとし、位相エンコードの勾配磁場Gyは0.01G (ガウス)=10⁶T (テスラ)ごとに変化させて計測すると、

 $s_{re}(k,m) = \sum_{i=64}^{65} \sum_{j=64}^{65} S(i,j) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.1 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 10^{-6} \times 10^{-3})]$ (12a)

 $s_{im}(k,m) = \sum_{i=64}^{65} \sum_{j=64}^{65} -S(i,j)sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.1 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 10^{-6} \times 10^{-3})]$ (12b)

となる。ここで、kはサンプリング点を表し、0から計測数 nまでの整数値をとり、mは位相エンコードの大きさを表 し、-n/2からn/2-1までの整数値をとる。1点画像のとき と同様に、この計測データを、kを横軸にとり、mを縦軸 にとって画像で表したものを図7(a), (b)に示す。図7(a) が実部で、図7(b)が虚部である。 また、計測の勾配磁場G_xを0.2G/cm、0.05G/cm、 0.02G/cmに変えて計測した実部と虚部の計測データ の画像をそれぞれ図8(a)から(f)に示す。同じ時間間隔 でサンプリングした場合、勾配磁場が小さくなるほど、サ ンプリングにおける磁場の変化が小さくなる。磁場の変 化が小さいと、それに対応する水素原子核のスピンの 周波数の変化も小さくなる。よって、同じサンプリング数 で計測される計測データでは、計測できる周波数の幅 が狭まり、狭い領域を細かくサンプリングしているように 見える。

4. 数値ファントムの画像再構成

2次元フーリエ変換法では、計測データを2次元フー リエ逆変換すれば画像再構成になるので、前節で示し た計測データをもとに2次元フーリエ逆変換する。ただ し、1点画像の再構成のときと同様に、前節で示した計 測データは、2次元フーリエ変換の半分のデータしかな い。残り半分のデータは、複素共役の条件で作成する ことになる。その処理を施したあとに2次元フーリエ逆変 換で画像再構成する。

勾配磁場G_xを0.2G/cm、0.1G/cm、0.05G/cm、0.02G/cmに変えた場合の再構成の結果をそれぞれ



(d) 勾配磁場が0.02G/cmの 再構成像

図9 勾配磁場を変えた計測データをもとに再構成した数値ファントムの画像。

図9(a)から(d)に示す。0.2G/cmの場合は、再構成像が 視野範囲を超えているので、超えた部分が折り返して 重なって表示されている。あまり勾配磁場が大きいと、こ のように折り返しが出てしまうことが分かる。勾配磁場を 小さくしていくと、視野範囲が広がり、再構成像は小さく なる。勾配磁場と計測データ、再構成像の関係を見て みると、勾配磁場を小さくすれば、サンプリング数が同じ 場合、計測できる周波数の範囲が狭くなるが、再構成し た画像空間では視野範囲が広がり、再構成像は結果と して小さくなる。こういった空間的に逆の関係になるの

は、MRIの場合、計測データがフーリエ空間で、再構成 像が実空間といったフーリエ変換の関係にあることが 原因となる。この計測データと再構成像の関係は、フー リエ変換の性質を良く表している。

128×128の画像視野をはじめに仮定した20cm正方 にするためには、勾配磁場を約0.12G/cmにすればよ い。このときの計測データと再構成の結果をそれぞれ 図10(a)から(c)に示す。



勾配磁場が0.12G/cm (a) の実部のデータ



データ



(c) (a), (b)のデータから 2次元フーリエ逆変換を 用いて再構成した画像

図10 勾配磁場を0.12G/cmにした場合の数値ファントムの計測データと再構成の結果。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧下さい。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但 し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センタ ー((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾 契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許 諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX:03-3475-5619 E-mail:info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致してお りません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

http://www.jaacc.org/

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations) .

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619