連続講座

断層映像法の基礎　第1回
フーリエ級数とフーリエ変換

篠原　広行

昭和大学藤が丘病院放射線科

はじめに

X線 CT、MR、SPECT、PETおよび超音波を含めた断層映像法の基本原理は、2次元フーリエ変換における投影定理(projection theorem)である。ここで、投影とは断層映像装置による測定データのことである。これら非侵襲的な検査は生検のように体内組織を採取して検査するのでなく、放射線、磁気あるいは超音波を利用した体外計測により組織の情報を収集する。この場合の測定データは検出器に垂直な直線上に位置する組織すべての情報が重なったものであり、生検が特定の組織のみを直接観察するのとは異なっている。しかし、投影定理により被験者の回りに検出器を360度回転し測定データを収集すれば、組織の断面をいわゆる断層像として再構成することができる。そして、断層像から各画素内に含まれる組織の平均の情報を区別して得ることが可能である。

フーリエ変換は画像再構成において重要な役割を果たしてきたが、X線 CT、SPECTおよびPETなどではフーリエ変換が表舞台に登場する機会は少なかった。しかし、MRになると事情が一変した。MRの計測そのものがフーリエ変換であるため、フーリエ変換という言葉はMRの本にごく自然に登場し、医師や医療技術者にとって身近な画像処理技術となっている。本講座では、フーリエ変換と断層映像法の画像再構成について述べる。これは数学の問題であるため厳密には数式により説明されるが、数式を最小限に止め図を多用することで概念についてわかりやすく解説したい。第1回はフーリエ級数とフーリエ変換について以下の順に説明し、第2回で述べる投影定理の準備とする。

1. 三角関数
2. 周期関数とフーリエ級数
3. 1次元フーリエ変換
4. 2次元フーリエ変換

1. 三角関数

三角関数のcos xやsin xは角度xが0度から360 度に変わると、**図1**のように-1から1の範囲の値をとる。図の横軸の角度の単位はラジアンで表しているので、6.28 (=2π)のところがちょうど360度である。cos xは 0 度のとき1 、sin xは90度のとき1になり、sin xはピークになるのがcos xに比べ90度遅れている。このことを両者の位相(phase)が90度異なるという。

$$\sin x = \cos(x-\pi/2)$$

つぎに、cos 2xやsin 2xのグラフがどうなるかを考えてみよう。cos xと異なるのはxがπのとき2xは2πになるので、2πの中には2つのcosine関数が含まれることになる。sin 2xについても同様で、2πの中には2つのsine関数が含まれる。一般に、xの単位をラジアンとするとき

$$\cos nx \quad (1)$$

$$\sin nx \quad (2)$$

において、nは2πの周期の中に含まれる波の数を表し周波数という。

画像は画素の濃淡を表示したものである。例えば、1画素の幅が0.32cmで画素の数が256×256マトリクスの場合、画素の番号は距離を表すことになるので画像は距離に対し濃淡を表示したものである。座標を角度から画素の単位に変えて三角関数を表示するには、例えば、横座標が256画素ある場合にこれを1 周期とする。そして、256画素が角度にして2πラジアン

別刷請求先：〒227-0043 横浜市青葉区藤が丘1-30　昭和大学藤が丘病院放射線科　篠原　広行
TEL：045-974-6312　FAX：045-978-1525

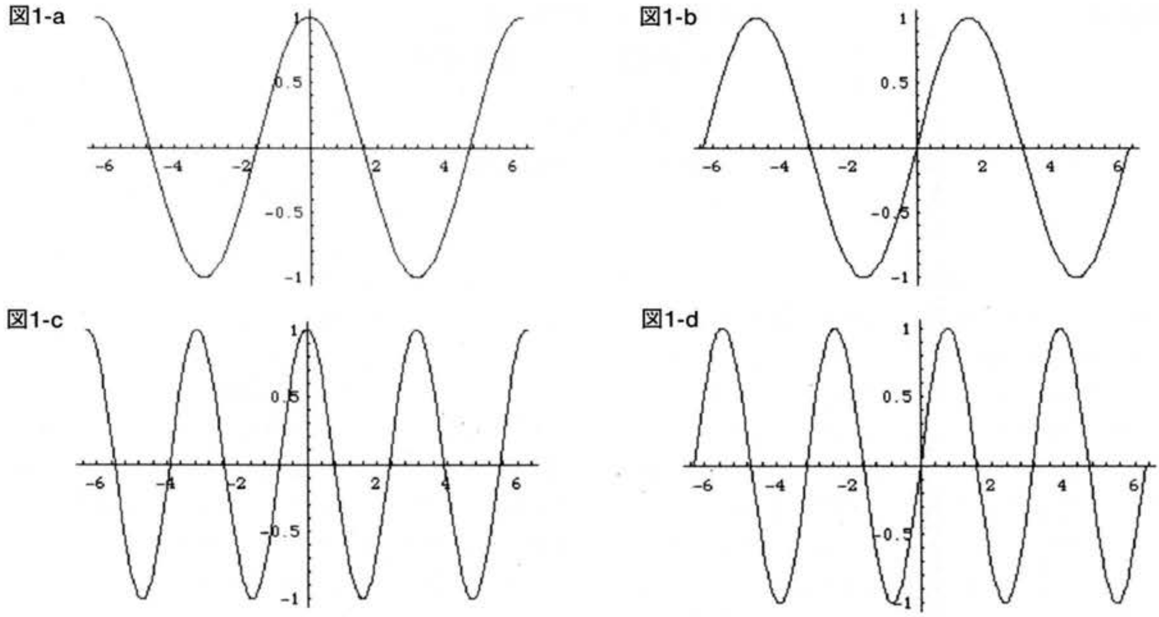

図1. cosine 関数と sine 関数（ラジアン単位）

に相当するとし、x番目の画素は何ラジアン（θ）になるか比例式を立てればよい。

$$2\pi : 256 = \theta : x$$

より

$$\theta = \frac{2\pi x}{256}$$

周期をT、波の数をnとするとき、cosine関数とsine関数はそれぞれ

$$\cos\left(\frac{2\pi n x}{T}\right) \qquad (3)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi n x}{T}\right) \qquad (4)$$

のように表される。**図2**はT=256画素の中にcosine関数とsine関数がそれぞれ1個と2個含まれる場合を示す。

2．周期関数とフーリエ級数

図3（a）は横座標を距離（cm 単位）とし、-1.5cmから-0.5cmの間で値が-1、-0.5cmから0.5cmの間で値が 1、0.5cmから1.5cmの間で値が-1となり、以下同様に1cm単位に-1と1が繰り返す矩形関数を表す。どの区間をとっても2cm毎にはじめの値に戻るので、この矩形関数は周期関数であり周期は2cmである。縦座標をy軸とするとき矩形関数は y 軸に関して左右対称である。これはちょうど**図1（a）**のcosine関数がy軸に関して左右対称なことと同じであり、このような関数のことを偶関数という。偶関数はxが正のときと負のときのf(x)の値が等しく、以下のように表される。

$$f(x) = f(-x) \qquad (5)$$

（a）の矩形関数をx軸の正の方向に0.5cm移動すると、**（b）**のようにf(x)は原点に関して左右対称な関数になる。これは**図1（b）**のsine関数が原点に関して左右対称なのと同じであり、このような関数を奇関数といい以下のように表される。

$$f(x) = -f(-x) \qquad (6)$$

一方、**（a）**の矩形関数をx軸の正の方向に0.2cm移動した **（c）**の場合には、f(x)とf(-x)の間に**（5）式**や**（6）式**のような特別な関係は成立しない。

はじめに、**図3（a）**の偶関数について-0.5cmから1.5cmまでの2cmを1周期とみなし、三角関数の和によって矩形関数を復元することを考えてみよう。**図4（b）**は矩形関数に-0.5cmから1.5cmまでの2cmを1周期とするcosine関数を重ねて表示したもので、矩形関数の1周期の中に1つのcosine関数が含まれる。**（b）**は **（a）**において矩形関数の値の1あるいは-1とそれに対応する区間のcosine関数を掛け算してできた関数を示し、灰色に塗ってあるのはその面積を計算することを意味する。面積を数値積分によって近似的に求めると1.27324である。この値は矩形関数を三角関数の和

図2-a

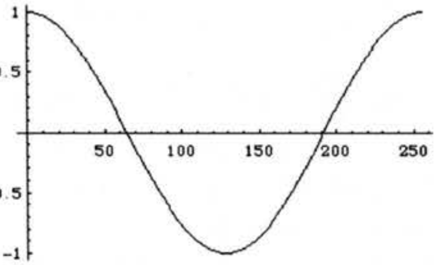

図2-b

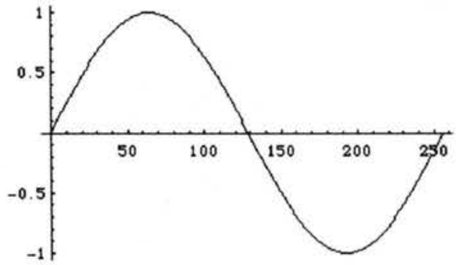

図2-c

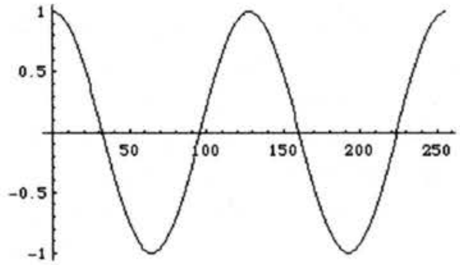

図2-d

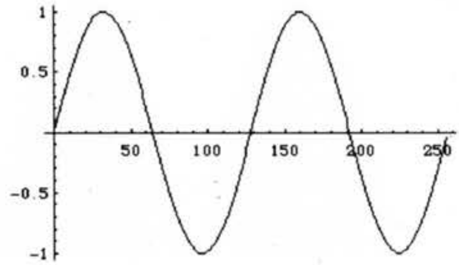

図2. cosine 関数と sine 関数（画素単位）

によって復元するときに、n=1のcosine関数がその和に寄与する割合が1.27324であることを示す。

$$f(x) \cong 1.27324 \cos(\frac{2\pi \cdot 1 \cdot x}{2})$$

復元の正確さを評価する指標として、**(c)**のように矩形関数 f(x)と上式の右辺の面積を比較することにしよう。右辺のcosine関数の面積を求めると1.62114である。矩形関数の面積は正負の部分の面積がそれぞれ1あり、絶対値の和をとると2である。矩形関数は-1から1に変化したり1から-1に変化するので、エッジの部分を表すには1周期の中に1つの波だけでなくもっと多くの数の波（すなわち高い周波数）を含むcosine関数が必要なことが想像される。

図5(a)は**(3)式**でn=2とした1周期の中に2つのcosine関数を含む場合であり、**(b)**は矩形関数にこのcosine関数を掛け算してできた関数を表す。yの正負について同じ形をした灰色の領域が同数あるので、符号を考慮してそれらを合計すると面積は零になる。したがって、n=2のcosine関数は矩形関数の復元に寄与しない。同様に、矩形関数にn=4のcosine関数**(c)**を掛け算してできた関数も、**(d)**のように正負の面積が等しくなるので矩形関数の復元に寄与しない。nが他の偶数の場合も同様である。**図6(a)**は**(3)式**でn=3とした1周期の中に3つのcosine関数を含む場合であり、**(b)**は矩形関数にこのcosine関数を掛け算し

図3-a

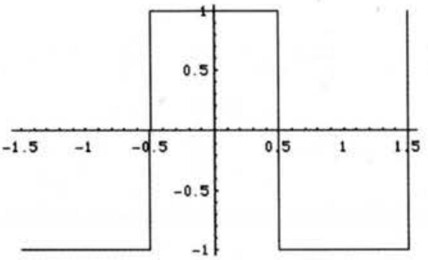

図3-b

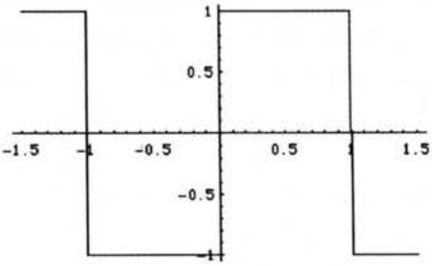

図3-c

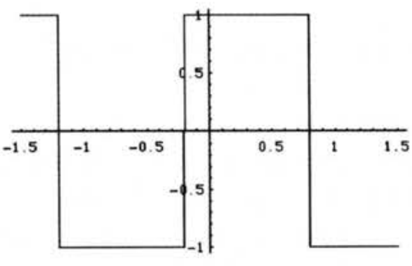

図3. 周期的な矩形関数

図4-a

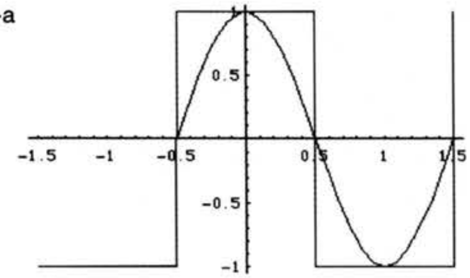

図4-b

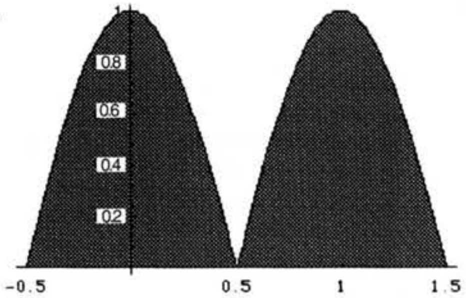

図4-c

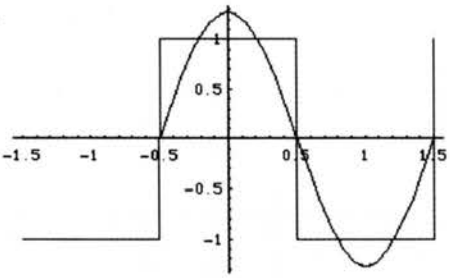

図4. 矩形関数（図3(a)）の cosine 関数による復元（n = 1）

てできた関数を表す。この場合にはyの負の部分の面積は正の部分の面積より0.424413大きく、n=3のcosine関数は矩形関数の復元に負の成分として寄与する。同じ形をした灰色の領域がyが正のとき2個、yが負のとき4個で合計すると-2個になる。この面積が-0.424413に相当する。**(c)** はn=1とn=3のcosine関数にそれぞれの寄与する割合を掛けた後に和をとり、矩形関数に重ねて表示したものである。

$$f(x) \cong 1.27324\cos\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{2}\right) - 0.424413\cos\left(\frac{2\pi\cdot 3\cdot x}{2}\right)$$

その面積は1.80127で、n=1のcosine関数のみの場合に比較し矩形関数の面積に近い。**図7**はn=5の cosine関数までの和で、その面積は1.86611である。**図8**は以下の式のようにn=7のcosine関数までの和で、その面積は1.8992とより矩形関数の面積に近く復元が正確になる。

$$f(x) \cong 1.27324\cos\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{2}\right) - 0.424413\cos\left(\frac{2\pi\cdot 3\cdot x}{2}\right)$$
$$+0.254648\cos\left(\frac{2\pi\cdot 5\cdot x}{2}\right) - 0.181891\cos\left(\frac{2\pi\cdot 7\cdot x}{2}\right)$$

つぎに、**図3(a)** 矩形関数の復元に関し、三角関数のうちsine関数の寄与がどうなるか調べてみよう。**図9(a)** はn=1のsine関数の場合で、**(b)** のようにこれを矩形関数に掛け算してできた関数の面積は零である。**(c)** はn=3のsine関数の場合で、**(d)** のようにこれを矩形関数に掛け算してできた関数の面積は零である。その他のnの場合も面積はすべて零になり、**図3(a)** のように矩形関数が偶関数になっている場合には、その復元にsine関数は寄与しない。一方、**図3(b)** のように矩形関数が奇関数になっている場合には、その復元にcosine関数は寄与しない。この場合には、**図10**のn=7について示すように(x)はsine関数のみの和によって復元されていく。

図3(c) の矩形関数が偶関数でも奇関数でもない場合には、例えば、**図11(a)** のn=1について示すと矩形関数にcosine関数を掛け算してできた関数の面積は **(b)** のように零ではない。同様に、矩形関数にsine 関数を掛け算してできた関数の面積は **(d)** のように零ではない。その結果、矩形関数の復元にはcosine関数とsine関数の両方が寄与する。**(e)** は以下の式のように、n=7までのcosine関数およびsine関数によって矩形関数が復元されていく様子を示す。

$$f(x) \cong 0.749792\cos\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{2}\right) + 0.403107\cos\left(\frac{2\pi\cdot 3\cdot x}{2}\right)$$
$$-0.00173079\cos\left(\frac{2\pi\cdot 5\cdot x}{2}\right) - 0.173526\cos\left(\frac{2\pi\cdot 7\cdot x}{2}\right)$$
$$+1.02906\sin\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{2}\right) - 0.132797\sin\left(\frac{2\pi\cdot 3\cdot x}{2}\right)$$
$$-0.25465\sin\left(\frac{2\pi\cdot 5\cdot x}{2}\right) - 0.0545621\sin\left(\frac{2\pi\cdot 7\cdot x}{2}\right)$$

以上のことから、f(x)を区間(c,d)で周期d-cの周期関数(T=d-c)とすると、f(x)は三角関数により以下のように表される。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1\cos\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{T}\right) + a_2\cos\left(\frac{2\pi\cdot 2\cdot x}{T}\right) + \cdots + a_n\cos\left(\frac{2\pi\cdot n\cdot x}{T}\right)$$
$$+b_1\sin\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{T}\right) + b_2\sin\left(\frac{2\pi\cdot 2\cdot x}{T}\right) + \cdots + b_n\sin\left(\frac{2\pi\cdot n\cdot x}{T}\right) \quad (7)$$

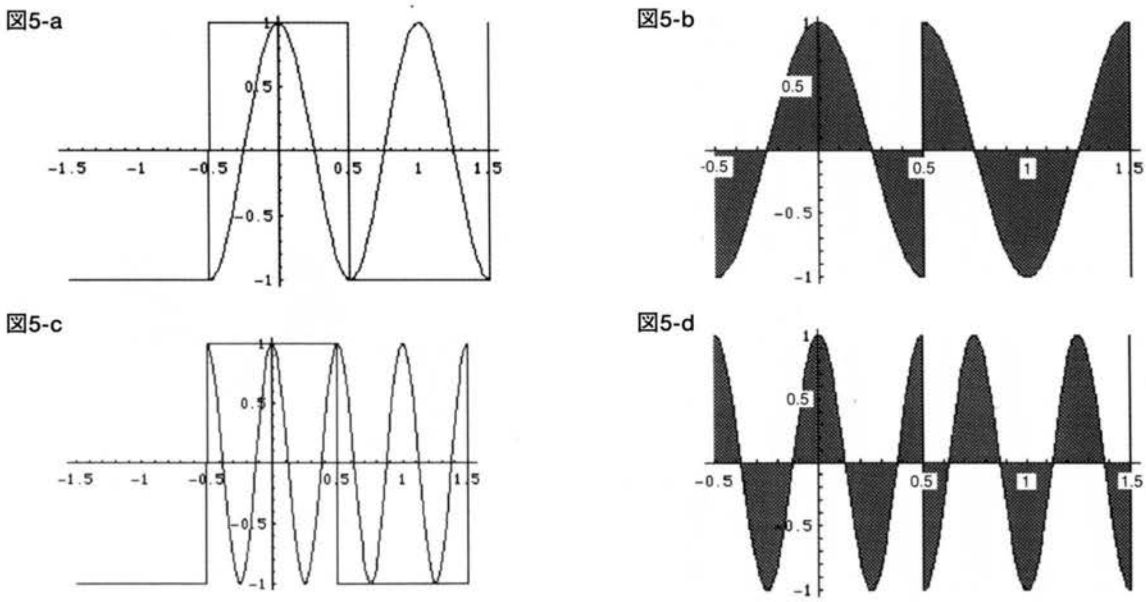

図5．矩形関数（図3（a））の 復元に寄与しないcosine 関数の偶数項（上段：n = 2、下段：n = 4）

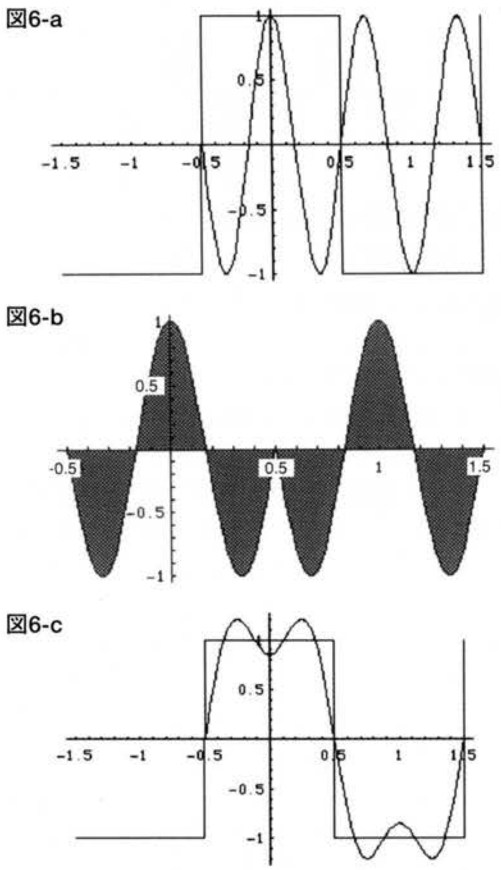

図6．矩形関数（図3（a））のcosine関数による復元（n = 3）

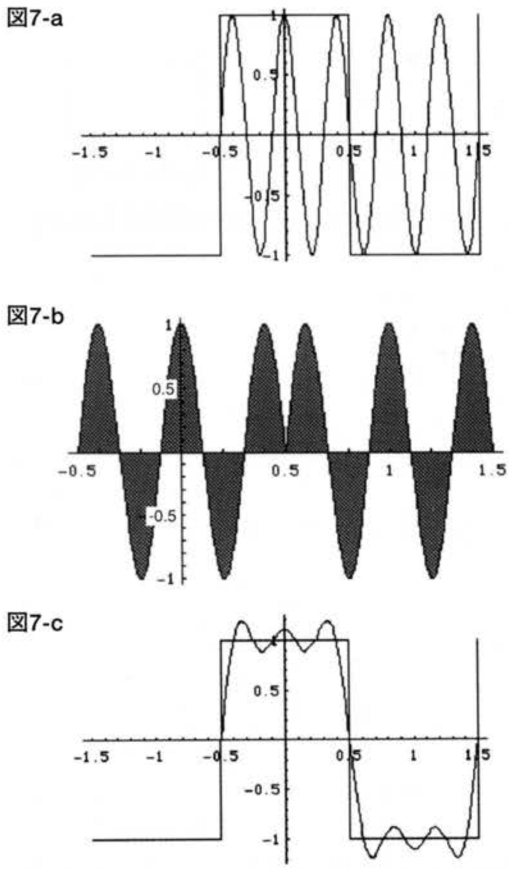

図7．矩形関数（図3（a））の cosine 関数による復元（n = 5）

図8-a

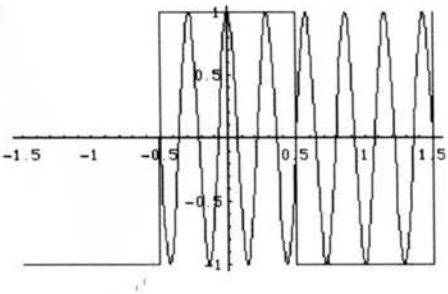

図8-b

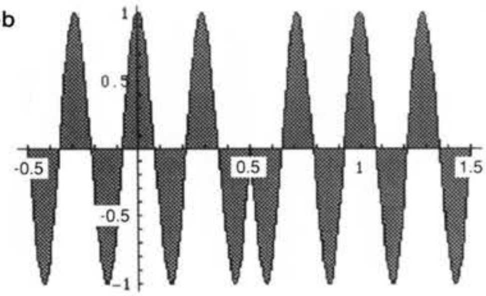

図8-c

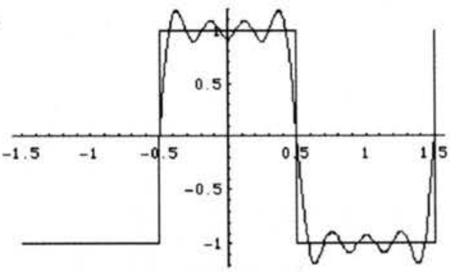

図8．矩形関数（図3(a)）の cosine 関数による復元 (n = 7)

図9-a

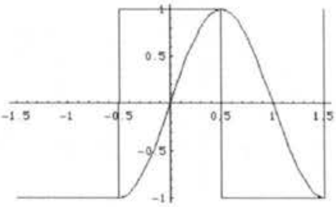

図9-b

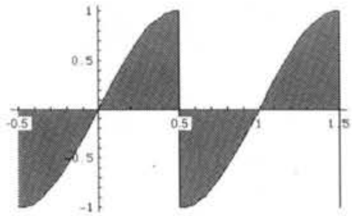

図9-c

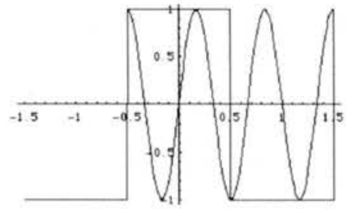

図9-d

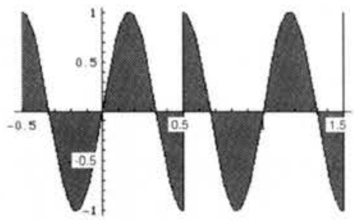

図9．矩形関数（図3(a)）の復元に寄与しない sine 関数（上段：n = 1、下段：n = 3）

ここで、

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_c^{c+T} f(x)\,dx \tag{8}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_c^{c+T} f(x)\cos\left(\frac{2\pi n x}{T}\right)dx \tag{9}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_c^{c+T} f(x)\sin\left(\frac{2\pi n x}{T}\right)dx \tag{10}$$

これらの式で定められる $a_0, a_1, \dots, b_1, \dots$ をf(x)のフーリエ係数という。そして**(7)**式の右辺をフーリエ級数またはフーリエ展開という。**図4**では、c=-0.5、d=1.5、T=2としている。a_0はf(x)を1周期について積分したもので、矩形関数の正負の値が等しく現れるので零である。a_nは(x)に1周期の中にn個のcosine関数を含むものを掛け算してできた関数の積分であるから、**図3(a)**において積分を面積と考えればa_1は**図4(b)**に相当する。同様にa_2は**図5(b)**、a_3は**図6(b)**、a_5は**図7(b)**、a_7は**図8(b)**にそれぞれ相当する。一方、b_nはf(x)が偶関数のため奇関数のsine関数を掛け1周期について積分すると、nの値に拘わらず零になる。それを実際に示したのが**図9**である。

図12(a)は矩形関数が規則的に並んだもので、鉛スリットにX線を照射したときの透過強度（矩形関数の値が1の部分はスリットに相当しX線の透過率を100%、0の部分は鉛によりX線が完全に遮断されたとして透過率を0%にしている）などに相当する。値が1の部分の横幅は1cm、0の部分の横幅も1cmにして、2cm毎に値が同じになるようにしてある。したがって、周期が2cmの矩形関数が4つ並んでおり、はじめの矩形関数は横座標が -0.5cmから1.5cmに位置し、2番目の矩形関数は1.5cmから3.5cm、3番目の矩形関数は3.5cmから5.5cm、4番目の矩形関数は5.5cmから7.5cmに位置する。**(b)**は1周期の中にn=7までのcosine関数を含むものを加えたフーリエ級数である。

図10-a

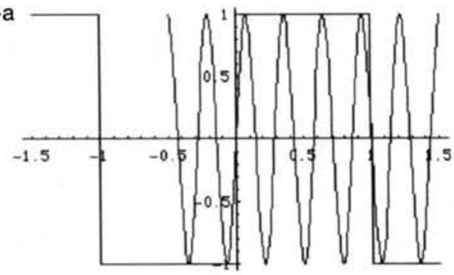

図10-b

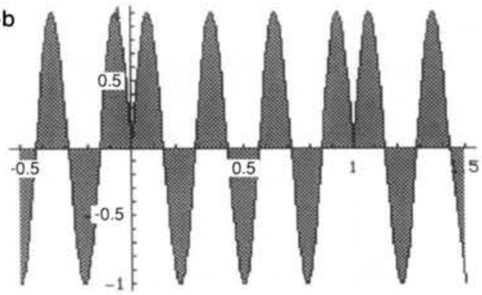

図10-c

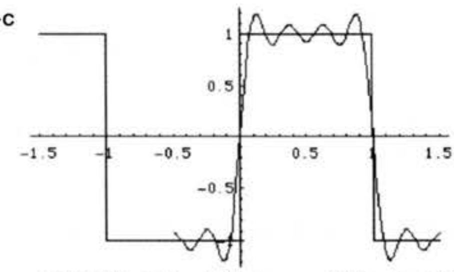

図10. 矩形関数（図3（b））の sine 関数による復元（n = 7）

$$f(x) \cong 0.5+0.63662\cos\left(\frac{2\pi\cdot 1\cdot x}{2}\right)-0.212207\cos\left(\frac{2\pi\cdot 3\cdot x}{2}\right)$$

$$+0.127324\cos\left(\frac{2\pi\cdot 5\cdot x}{2}\right)-0.0909457\cos\left(\frac{2\pi\cdot 7\cdot x}{2}\right)$$

(a)の矩形関数を-0.5から1.5まで積分すると1になり、**(8)式**ではそれを2倍して周期2で除するのでa_0は結局1になる。この点が**図4**と異なり、それに伴いa_nも異なってくる。**(c)**は**(a)**の矩形関数をx軸の正の方向に0.5cm移動した場合で、sine関数の和によって復元される。なお、**図3**や**図12**の矩形関数についての正確なa_nやb_nは**(8)式**から**(10)式**の積分を解いて得られるが、ここでは周期関数が三角関数の和によって復元される様子をグラフに表すことが目的なので、積分の計算は省略する。重要なことは、見たところ三角関数と関係なさそうな矩形関数がいろいろな周波数をもつ三角関数に分けられることである。

図11-a

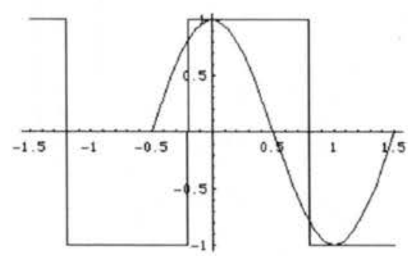

図11-b

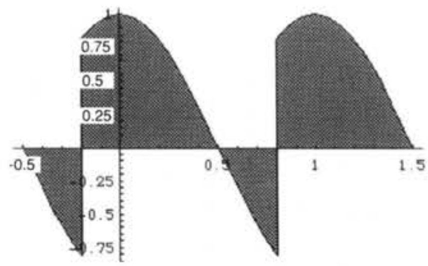

図11-c

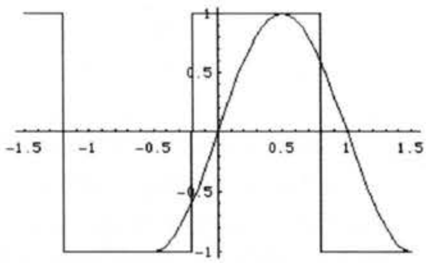

図11-d

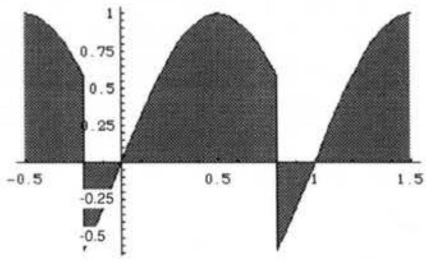

図11-e

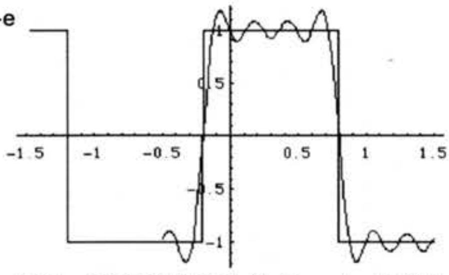

図11. 矩形関数（図3（c））の cosine 関数と sine関数による復元（n = 7）

図12-a

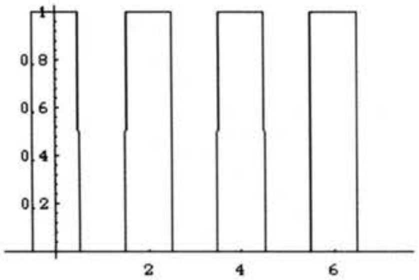

図12-b

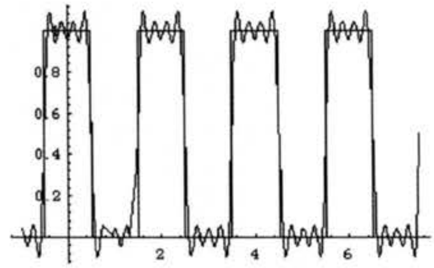

図12-c

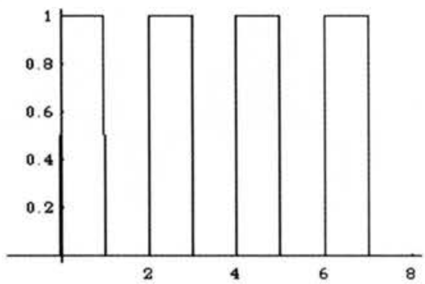

図12-d

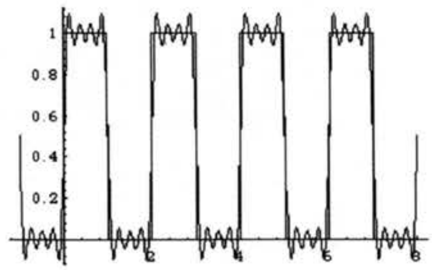

図12. 矩形関数状のX 線透過強度とそのフーリエ級数 (n = 7)

3．1次元フーリエ変換

図12の4つの矩形関数の間隔を離していくと周期は徐々に大きくなり、極限では無限大の周期となる。その結果、矩形関数が1つ孤立した状態になる。このような矩形関数を三角関数により復元するには、n=1、2、3、…のような整数の三角関数だけでなくあらゆる周波数の三角関数を加えてやる必要がある。周波数をu と表すと、これはとびとびの値ではなく連続した値であり、f(x)のフーリエ変換 F(u)は以下のように定義される。

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi ux}dx \quad (11)$$

一方、F(u)から f(x)を求めることをフーリエ逆変換といい以下のように表される。

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{i2\pi ux}du \quad (12)$$

ここで、eはexponentialの略語で指数関数を、iは虚数単位を表す。

$$i=\sqrt{-1}\ ,\ i^2=-1$$

オイラーの公式から虚数 i を含む指数関数は

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$$
$$e^{-i\theta}=\cos\theta-i\sin\theta$$

のように、実数部のcosine関数と虚数部のsine関数に分けられる。この関係を用いると

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos(2\pi ux)dx-i\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin(2\pi ux)dx \quad (13)$$

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(u)\cos(2\pi ux)du+i\int_{-\infty}^{\infty} F(u)\sin(2\pi ux)du \quad (14)$$

のように表される。F(u)はf(x)に周波数がuのcosine関数とsine関数を掛け算してできたそれぞれの関数を積分、すなわち面積を求めることに帰着するので式の意味はフーリエ級数の図と関連させれば理解しやすい。**(14)式**は元の関数(x)があらゆる周波数のcosine関数とsine関数を足し合わせれば復元されることを意味し、それらに掛ける係数が F(u)である。このF(u)は(13)式により計算される。F(u)はフーリエ級数でいえばa_nやb_nである。

4．2次元フーリエ変換

xとyを変数とする2次元関数 f(x, y)のフーリエ変換は、以下のように定義される。

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-i2\pi(ux+vy)}dx\,dy \quad (15)$$

図13-a

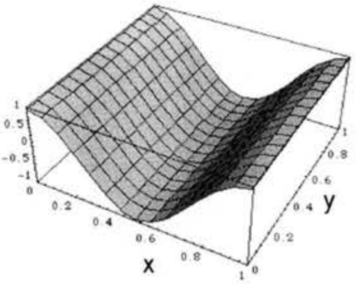

図13-b

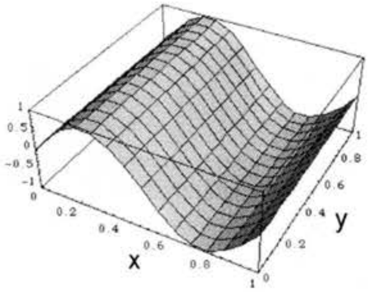

図13-c

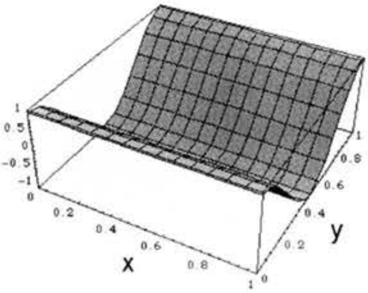

図13-d

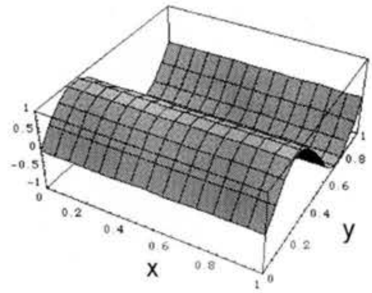

図13. 1方向にのみ変化する2次元のcosine関数とsine関数の平面波

2 次元フーリエ逆変換は以下のように表される。

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)\, e^{i2\pi(ux+vy)}\, du\, dv \qquad (16)$$

ここで、uはx軸方向の周波数、vはy軸方向の周波数を表す。1次元フーリエ変換と同様、2次元フーリエ変換においても虚数を含む指数関数はcosine関数とsine

$$e^{-i2\pi(ux+vy)}=\cos[2\pi(ux+vy)]-i\sin[2\pi(ux+vy)] \qquad (17)$$

関数の和によって表される。

1次元フーリエ変換と異なるのは、2次元フーリエ変換の場合のcosine関数とsine関数は平面波になることである。周波数の単位として画像では画素あたりの波の数(cycle)が用いられ、cycle/画素のように表す。あるいは、画素の幅をcmの単位に換算し cycle/cm としても同じである。

図13(a)、**(b)**にxとyの1周期をそれぞれ1cmとし、x方向の周波数をu=1 cycle/cm、y方向の周波数をv=0cycle/cmとした場合のcosine関数とsine関数の平面波を示す。**(a)**の平面波をx軸方向から観察すれば1cmの中に1つのcosine関数が含まれ、y軸方向から観察すれば直線である。また、**(b)**の平面波をx軸方向から観察すれば1cmの中に1つのsine関数が含まれ、y軸方向から観察すれば直線である。逆に、**(c)**と**(d)**はx方向の周波数をu=0 cycle/cm、y方向の周波数をv=1cycle/cmとした場合のcosine関数とsine関数の平面波を示す。**図14上段**はx方向の周波数をu=1cycle/cm、y方向の周波数をv=1cycle/cmとした場合のcosine 関数**(a)**とsine関数**(b)**の平面波を示す。**(a)**の平面波をx軸方向あるいはy軸方向から観察すれば1cmの中に1つのcosine関数が含まれている。また、**(b)**の平面波をx軸方向あるいはy軸方向から観察すれば1cmの中に1つのsine関数が含まれている。**図14下段**はx方向の周波数を$u=1/\sqrt{2}$ cycle/cm、y方向の周波数を$v=1/\sqrt{2}$ cycle/cm とした場合のcosine関数**(c)**とsine関数**(d)**の平面波を示す。**図14**の場合の平面波の進行方向は、x軸の正の方向とのなす角度が45度である。波の進行方向の周波数はx軸方向の周波数uとy軸方向の周波数vを用い、以下のように表される。

$$\sqrt{u^2+v^2}$$

したがって、**図14(a)**の平面波を進行方向に垂直な方向から眺めれば 、1cmの中に1.414個のcosine関数(**(b)**ではsine関数)が含まれている。一方、**(c)**の

図14-a

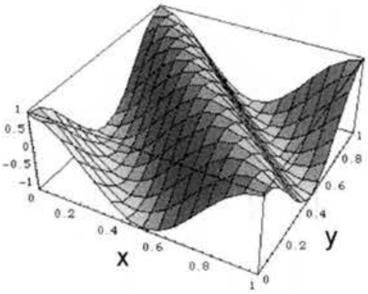

図14-b

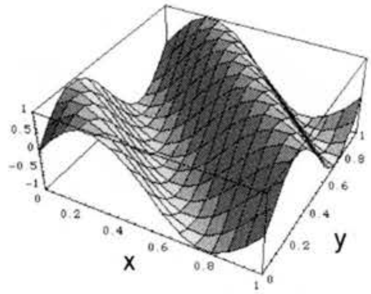

図14-c

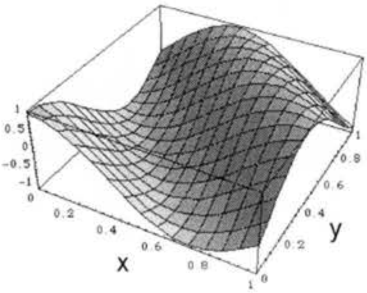

図14-d

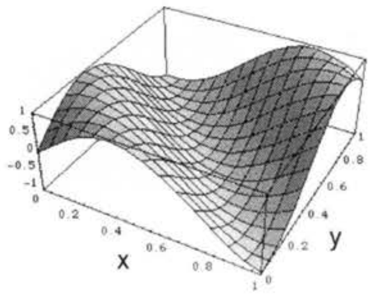

図14. 2次元のcosine関数とsine関数の平面波

図15-a

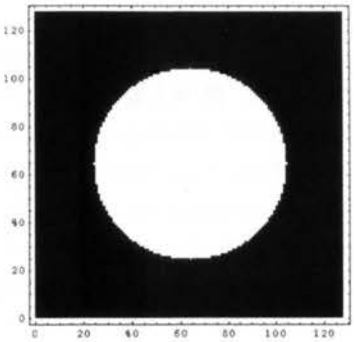

図15-b

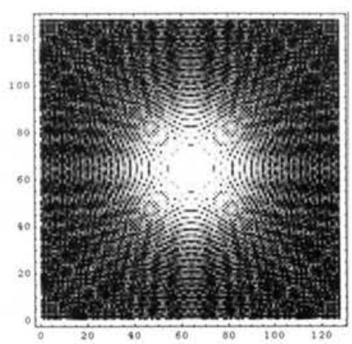

図15-c

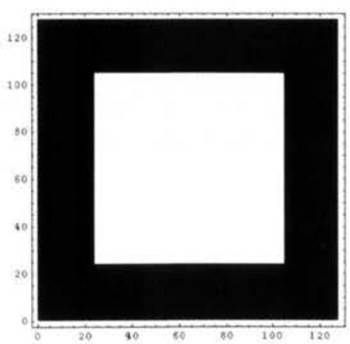

図15-d

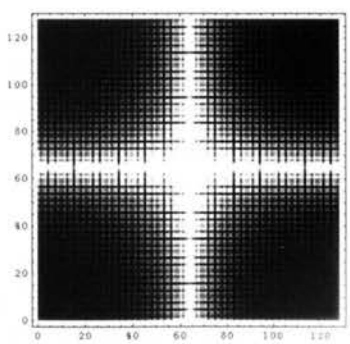

図15. 2 次元フーリエ変換の例 - 1

図16-a

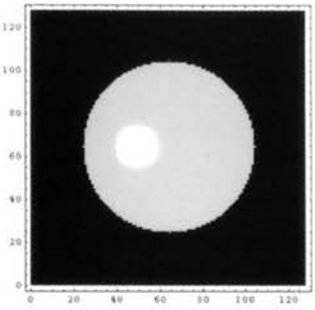

図16-b

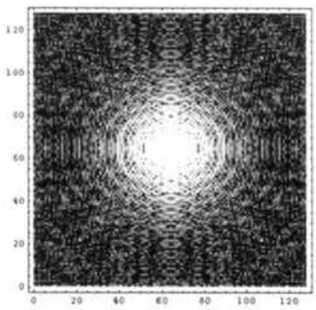

図16-c

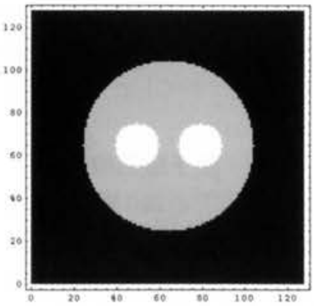

図16-d

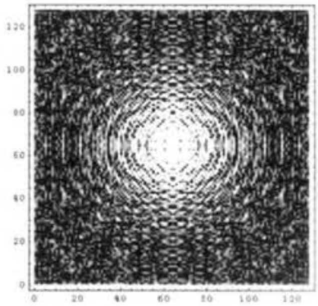

図16. 2次元フーリエ変換の例-2

平面波を進行方向に垂直な方向から眺めれば、1 cmの中に1個のcosine関数（**(b)**ではsine 関数）が含まれている。そして、2次元平面上でxおよびyの値が異なっても、ux+vyの値が等しい点では平面波の値は等しくなる。すなわち、ux+vy=c（cは定数）の直線上で平面波は同じ値をもつ。**(15)式**は一組の(u,v)に対しxとyのあらゆる組み合わせの平面波を作り、それをf(x,y)に掛け積分すれば F(u,v)が得られることを示す。逆に**(16)式**は平面波の和によりf(x,y)が得られ、足し算する際のそれぞれの平面波の重みがF(u,v)であることを示す。

図15(a)に円内の領域において値が1、それ以外の領域では値が0となる2次元関数f(x,y)を示す。f(x,y)の具体的な 物理量としては、RI濃度が円内の領域で一定あるいは水素原子濃度が円内で一定のような場合を仮定している。**(b)**は**(15)式**による**(a)**の2次元フーリエ変換である。逆に、**(b)**が与えられたとき**(16)式**により、**(b)**から**(a)**を求めるのが2次元フーリエ逆変換である。**(c)**は矩形内の領域において値が1、それ以外の領域では値が0となるf(x,y)を示す。**(b)**は**(c)**の2次元フーリエ変換である。**図16(a)**、**(c)**は大円の領域内において値が1、小円の領域内で値が2、それ以外の領域では値が0となるf(x,y)を、**(b)**、**(d)**はそれぞれの2次元フーリエ変換を示す。これらは前もって既知のf(x,y)から**(15)式**によって計算したが、f(x,y)が未知であっても何らかの方法で2次元フーリエ変換 F(u,v)を測定できれば、**(16)式**の2次元フーリエ逆変換によってf(x,y)を復元できることになる。画像再構成はこの原理に基づいている。そして、投影定理は f(x,y)の測定データ（投影）の1次元のフーリエ変換と f(x,y)の2次元フーリエ変換を結び付けるものである。例えば、被験者の回りを検出器が360度回転し、角度方向について128の投影を収集したとする。**(15)式**においてf(x,y)が未知のとき、その2次元フーリエ変換が求められないのは明らかである。しかし、128の投影をそれぞれ1次元フーリエ変換し投影を収集した角度毎に並べると、被験者の断面の2次元フーリエ変換が**図15**や**図16**のように得られる。したがって、これを2次元フーリエ逆変換すればf(x,y)が求められる。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧下さい。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。
本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、（社）学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター（（社）学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体）と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません（社外頒布目的の複写については、許諾が必要です）。

権利委託先　　一般社団法人学術著作権協会
〒107-0052　東京都港区赤坂9-6-41　乃木坂ビル3F　FAX：03-3475-5619　E-mail：info@jaacc.jp

複写以外の許諾（著作物の引用、転載、翻訳等）に関しては、（社）学術著作権協会に委託致しておりません。
直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan
One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO （Reproduction Rights Organisation）, please apply for the license to the RRO.
Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.
http://www.jaacc.org/
2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.
For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.
JAACC （Japan Academic Association for Copyright Clearance） is an official member RRO of the IFRRO （International Federation of Reproduction Rights Organisations）.
Japan Academic Association for Copyright Clearance （JAACC）
Address　9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan
E-mail　info@jaacc.jp　Fax: +81-33475-5619