連続講座

断層映像法の基礎　第35回
ヘリカルコーンビーム再構成

篠原　広行[1]、桑山　潤[1]、小川　亙[1]、軽部　修平[1]、藤堂　幸宏[1]、
橋本　雄幸[2]

[1] 首都大学東京人間健康科学研究科　放射線科学域
[2] 横浜創英短期大学　情報学科

はじめに

第34回では、2次元ファンビームを回転させながら被写体を体軸方向に移動して連続的に測定するスパイラルスキャンについて解説した。今回は、3次元コーンビームを回転させながら被写体をスライドさせて連続的に計測するヘリカルコーンビーム再構成について解説する。

1. 3次元コーンビームの計測と再構成
2. ヘリカルコーンビームの投影
3. ヘリカルコーンビームの再構成

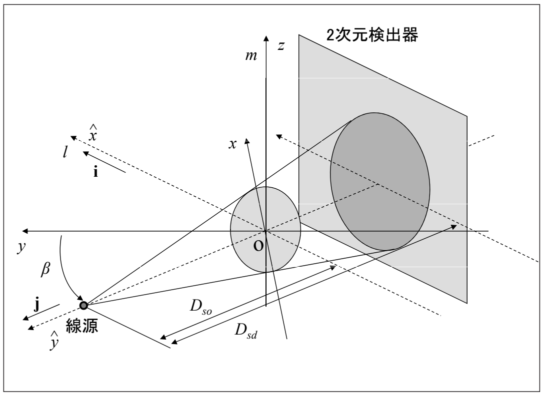


図1．3次元コーンビーム投影の幾何学的配置

1. 3次元コーンビームの計測と再構成

3次元コーンビームについては第30回で解説しているが、ヘリカルコーンビーム再構成では3次元コーンビームを使用するので、その計測と再構成について簡単に触れる。

3次元コーンビームに対する投影は、**図1**に示すように線源から円錐状に放出されたX線を2次元の平面検出器で検出し、被写体の周りを1周し収集する。xy平面では、投影データはファンビームと等価になるので、解析的に完全な再構成が可能である。しかし、xy平面から離れると、z方向に角度がつくので完全な再構成が不可能となる。

3次元コーンビームの再構成は、検出器を原点にずらした仮想検出器を用いて考える。仮想検出器にずらす場合の標本間隔は、2次元検出器の横方向と縦方向の標本間隔が等しいと仮定し、次のようになる。線源から原点を通る仮想検出器までの距離をD_{so}、線源から実際の検出器までの距離をD_{sd}、実際の検出器の標本間隔（検出器1つの幅、投影データの1画素の長さに相当）をΔdとしたとき、仮想検出器での標本間隔Δlは、

$$\Delta l = \frac{D_{so}}{D_{sd}} \Delta d \tag{1}$$

となる。

具体的な再構成法は、2次元ファンビームからの直接画像再構成法を利用して3次元コーンビームを近似的に再構成するFeldkampの方法が一般的で

連絡先：〒116-8551　東京都荒川区東尾久7-2-10
首都大学東京人間健康科学研究科放射線科学域　篠原 広行
TEL：03-3819-1211　FAX：03-3819-1406

ある。3次元コーンビームの場合、xy平面から離れるにしたがって2次元ファンビームを傾けて投影データを撮っているとみなして再構成を行う。

単位ベクトルや座標を**図2**の通り決定する。便宜上、第30回の図とは座標系の向きを変更している。具体的な再構成の手順は以下のようになる。

① コーンビームの投影データ$\hat{\mathrm{p}}(l,\mathrm{m},\beta)$に$\mathrm{D_{so}}/\sqrt{\mathrm{D_{so}}^2+l^2+\mathrm{m}^2}$を掛ける

$$\hat{\mathrm{p}}'(l,\mathrm{m},\beta)=\hat{\mathrm{p}}(l,\mathrm{m},\beta)\frac{\mathrm{D_{so}}}{\sqrt{\mathrm{D_{so}}^2+l^2+\mathrm{m}^2}} \qquad (2)$$

② 1次元のRamachandran-Lakshiminarayananフィルタをそのまま投影データのl方向に重畳積分する（フィルタ補正にあたる）。

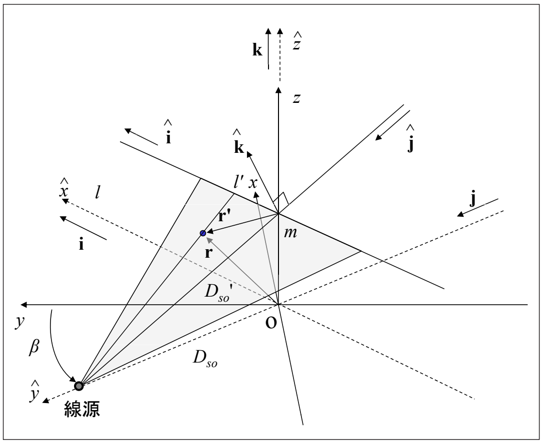


図2.　コーンビームの投影データからFeldkampの画像再構成を行う場合の座標系

$$\mathrm{q}(l',\mathrm{m},\beta)=\int_{-l\mathrm{max}}^{l\mathrm{max}}\hat{\mathrm{p}}'(l,\mathrm{m},\beta)\mathrm{h}(l'-l)\,\mathrm{d}l \qquad (3)$$

$$\mathrm{h}(l_\mathrm{i})=\begin{cases}\dfrac{1}{4(\Delta l)^2} & \mathrm{i}=0\\ 0 & \mathrm{i}:\mathrm{even}\\ -\dfrac{1}{\pi^2(l_\mathrm{i})^2} & \mathrm{i}:\mathrm{odd}\end{cases} \qquad (4)$$

ここで、Δlはlの標本間隔である。

③ フィルタ補正した投影データを以下の式で重み付けして逆投影する

$$\mathrm{f}(\mathbf{r})=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{\mathrm{D_{so}}^2}{(\mathrm{D_{so}}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j})^2}\mathrm{q}(l',\mathrm{m},\beta)\,\mathrm{d}\beta \qquad (5)$$

$$l'=\frac{\mathrm{D_{so}}\,\mathbf{r}\cdot\mathbf{i}}{\mathrm{D_{so}}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j}} \qquad (6)$$

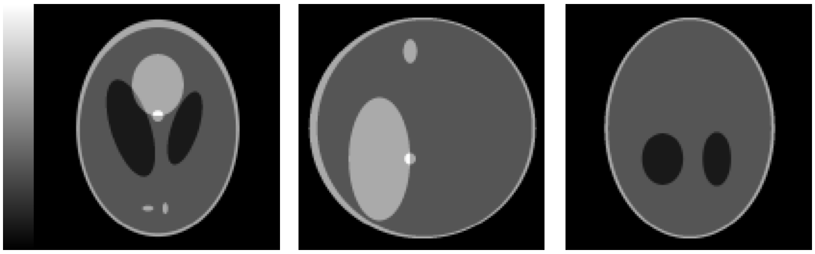
$$\mathrm{m}=\frac{\mathrm{D_{so}}\,\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}}{\mathrm{D_{so}}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j}} \qquad (7)$$

ここで、ベクトルの内積はそれぞれ

$$\begin{cases}\mathbf{r}\cdot\mathbf{i}=\mathrm{x}\cos\beta+\mathrm{y}\sin\beta\\ \mathbf{r}\cdot\mathbf{j}=-\mathrm{x}\sin\beta+\mathrm{y}\cos\beta\\ \mathbf{r}\cdot\mathbf{k}=\mathrm{z}\end{cases} \qquad (8)$$

となる。

3次元数値ファントムを**図3**に示す。3次元数値ファントムは楕円体を組み合わせて作成したもので、座標（64, 64, 80）を通るxy断面（横断面）、yz断面（矢



a | b | c

図3.　3次元数値ファントム
楕円体を組み合わせて作成したもの。
（a）座標（64, 64, 80）を通るxy断面（横断面）
（b）座標（64, 64, 80）を通るyz断面（矢状面）
（c）座標（64, 64, 80）を通るxz断面（冠状面）

状面)、xz断面(冠状面)をそれぞれ**図3(a),(b),(c)**に示している。回転軸であるz方向の位置を変化させたxy平面に平行な断層画像を**図4**に示す。図4(a)～(c)はそれぞれz ＝ 100, 110, 120の場合の断層画像である。原画像は128×128×128ボクセルで作成した。

その3次元数値ファントムから作成した3次元コーンビーム投影データを**図5**に示す。**図5(a)**はある角度の2次元検出器の128×128画素のデータである。そのデータが360度で128投影ある。**図5(b)**は2次元投影を重ねて回転軸に沿って切った断面である。また、**図5(c)**は中心のスライスに沿って切った断面である。この場合、中心のスライスにおける2次元ファンビームのサイノグラムに相当する。

この投影データからFeldkampの方法で再構成した画像を**図6**に示す。座標(64, 64, 80)を通るxy断面、yz断面、xz断面をそれぞれ**図6(a),(b),(c)**に示している。中心から上下にずれるにしたがって誤差が大きくなるので、被写体の上と下の部分にアーチファクト(偽像)が見られる。回転軸であるz方向の

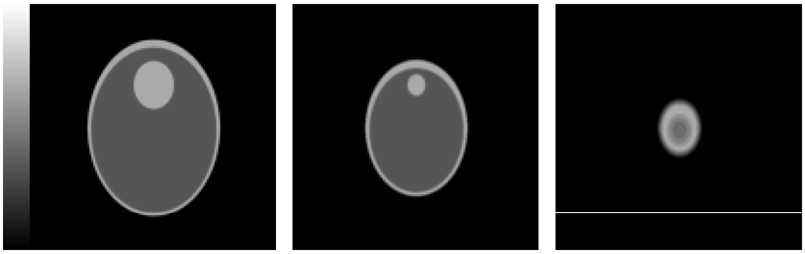


図4. 回転軸であるz軸の値を変化させた場合のxy平面に平行な断層画像
(a) z = 100　(b) z = 110　(c) z = 120

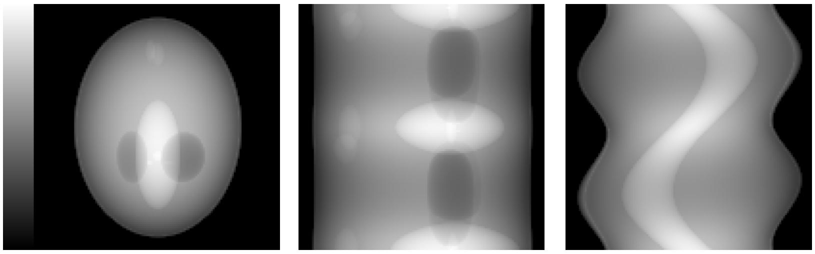


図5. 3次元コーンビームの投影データ(128×128×128データ)
(a) xz面(2次元検出器のある角度のデータ)
(b) yz面(回転軸に沿って切った断面)
(c) xy面(中心のスライスのサイノグラムになっている)

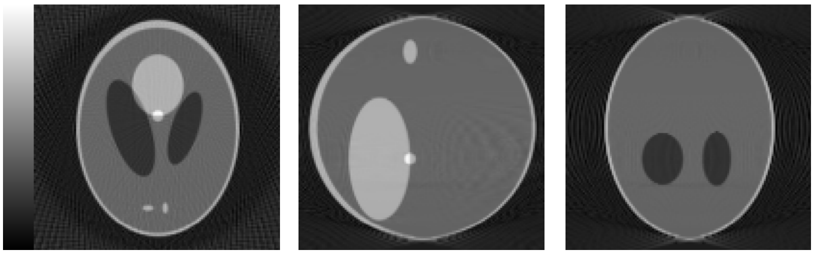


図6. Feldkampの方法で再構成した再構成画像
(a) 座標(64, 64, 80)を通るxy断面
(b) 座標(64, 64, 80)を通るyz断面
(c) 座標(64, 64, 80)を通るxz断面

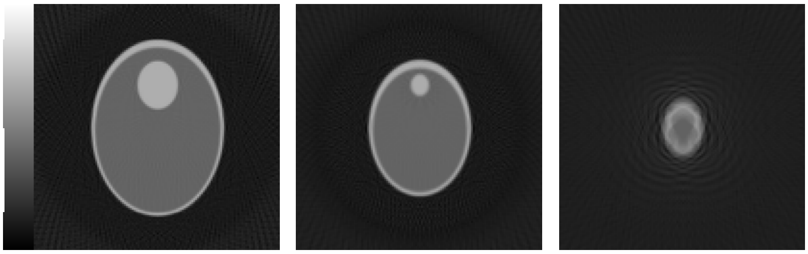


図7. 回転軸であるz軸の値を変化させた場合のxy平面に平行な断層画像
(a) z = 100　(b) z = 110　(c) z = 120

位置を変化させたxy平面に平行な断層画像を**図7**に示す。**図7(a)～(c)** はそれぞれ z=100,110,120の場合の断層画像である。zの値が大きくなるにつれて中央から離れていくので、誤差が大きくなる。Feldkampの方法は近似の再構成法であるため、xy平面から離れてコーン角が大きくなると誤差が大きくなり、アーチファクトが目立つようになる。

2. ヘリカルコーンビームの投影

ヘリカルコーンビームの場合、**図8**に示すように3次元被写体に対して線源と2次元検出器を回転させて計測する。3次元被写体は計測している間z軸方向に連続的に移動する。3次元被写体に対する線源の位置は、相対的に見ると**図9**に示すようにスパイラル状に変化していく。これはスパイラルスキャンにおける線源の位置と同様である。

ヘリカルコーンビームの線源の位置 $S(\theta)$ は、

$$S(\theta)=\left(-D_{so}\sin\theta, D_{so}\cos\theta, \frac{d}{2\pi}\theta+z_0\right) \tag{9}$$

となる。ここで、D_{so} は線源から回転中心までの距離、dは線源の軌跡における回転周期の距離、z_0 はz方向の初期座標である。回転周期の距離dと仮想検出器のz軸方向の幅 V_z との間には以下の3つの関係が考えられる。

$$\begin{cases} d>2V_z \cdots\cdots ① \\ d=2V_z \cdots\cdots ② \\ d<2V_z \cdots\cdots ③ \end{cases} \tag{10}$$

それぞれの場合の模式図を**図10(a)～(c)**に示す。①の場合は、z軸方向に隙間が生じてしまうので、2次元ファンビームのスパイラルスキャンの時のように補間などの処理が必要となる。ヘリカルコーンビームでは①のように隙間が生じるようなスキャンは通常

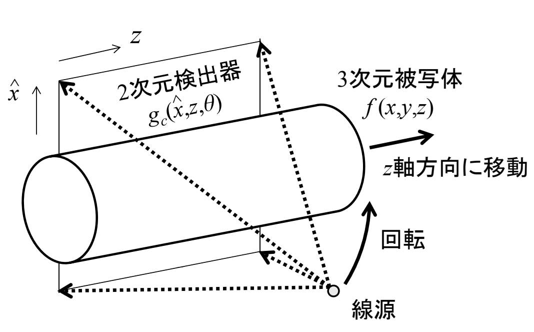


図8. ヘリカルコーンビームによる計測
コーンビームで計測しながら被写体がx軸方向に連続的に移動する。

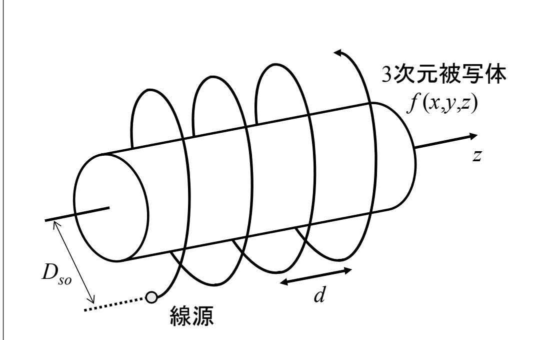


図9. ヘリカルコーンビームでの被写体に対する相対的な線源の位置
線源と検出器が回転しながら対軸方向に連続的に移動する。

行わない。②の場合は、ちょうど隙間なくスキャンすることができる。この場合の再構成は3次元コーンビームの再構成と同じような条件になる。ただし、単純な3次元コーンビームの場合とは被写体の1点を通るビームの軌跡が異なるので、再構成画像は異なった性質のものとなる。③の場合は、重なりが生じる。重なりを生じさせることによって、近似ではない解法が可能となる。次節では②の場合に注目し、Feldkampの方法を応用した近似的な解法について解説する。

3. ヘリカルコーンビームの再構成

この節では、線源の回転の周期dと検出器の幅V_zとの関係が$d=2V_z$となる場合について考える。再構成には、3次元コーンビームの再構成で用いたFeldkampの方法を利用する。Feldkampの方法は近似解なので、今回のヘリカルコーンビーム再構成も近似解となる。3次元コーンビーム投影での被写体の1点を通るビームの軌跡は**図11**のようになる。また、ヘリカルコーンビーム投影での被写体の1点を通るビームの軌跡は**図12**のようになる。両者を比べるとビームの軌跡は異なる方向を向いているのが分かる。

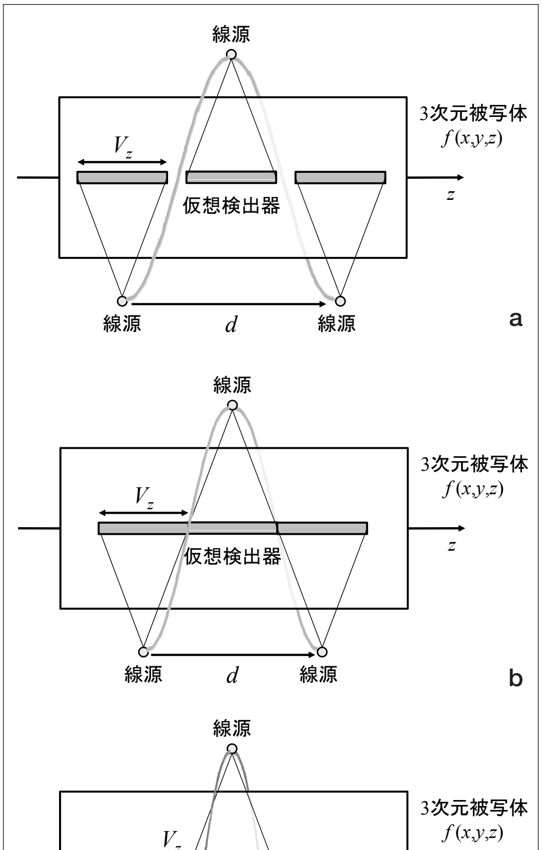


図10. ヘリカルコーンビームの回転周期の距離dと仮想検出器の幅V_zとの関係（横から見た図）
(a) $d > 2V_z$の場合　(b) $d = 2V_z$の場合　(c) $d < 2V_z$の場合

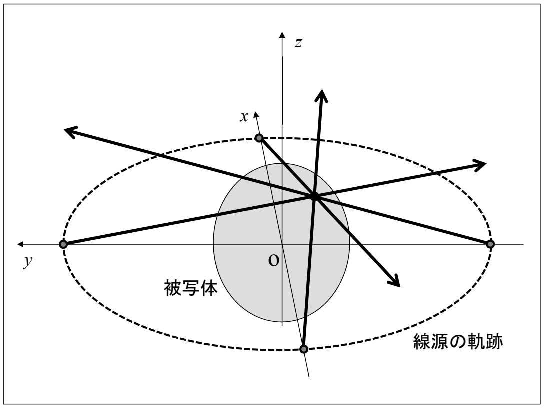


図11. 3次元コーンビーム投影での被写体の1点を通るビームの軌跡

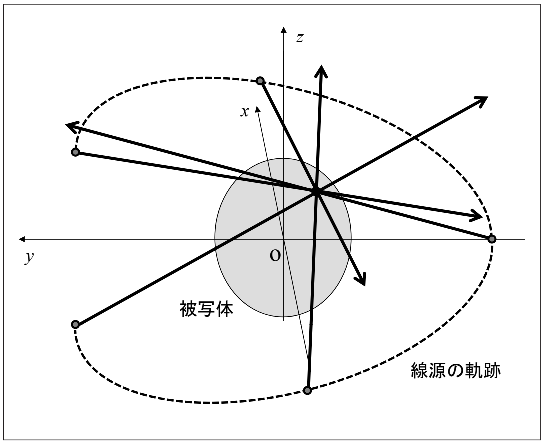


図12. ヘリカルコーンビーム投影での被写体の1点を通るビームの軌跡

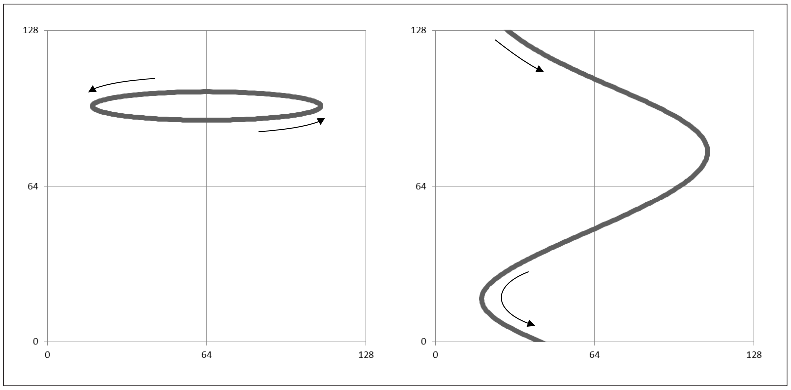
この軌跡を検出器上に表すと**図13**のようになる。**図13 (a)**は3次元コーンビーム投影でのある1点の投影の軌跡であり、**図13 (b)**はヘリカルコーンビーム投影での同じ点の投影の軌跡である。両者を比較して分かるように、3次元コーンビームでは線源が1周すると同じ位置に戻ってくるのに対し、ヘリカルコーンビームでは線源が1周すると検出器の上から下にカーブ描いて移動し、元の位置に戻ることはない。両者の逆投影では異なるデータを加えることになるので、再構成された画像は性質が異なってくる。ヘリカルコーンビームのFeldkampの方法を利用した再構成の手順は以下のようになる。

①ヘリカルコーンビームの投影データ$\hat{p}(l,m,\theta)$に$D_{so}/\sqrt{D_{so}^2+l^2+m^2}$を掛ける

$$\hat{p}'(l,m,\theta)=\hat{p}(l,m,\theta)\frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2+l^2+m^2}} \tag{11}$$

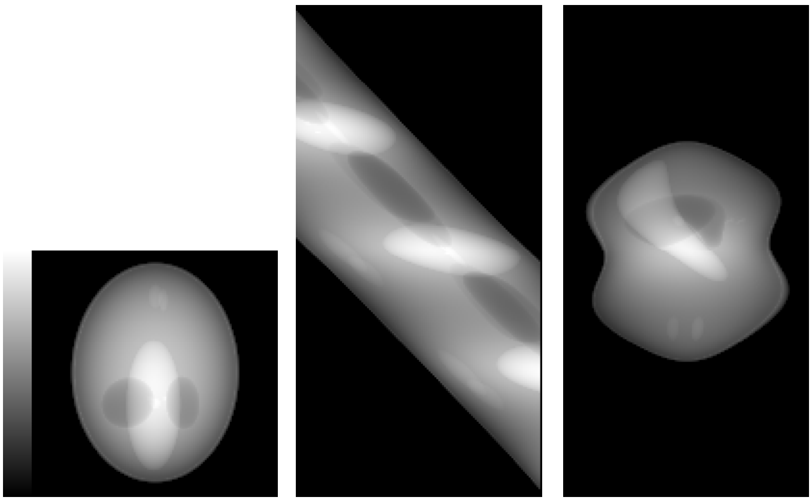
② 1次元のRamachandran-Lakshiminarayananフィルタをそのまま投影データのl方向に重畳積分する（フィルタ補正にあたる）。

$$q(l',m,\theta)=\int_{-l_{max}}^{l_{max}}\hat{p}'(l,m,\theta)h(l'-l)dl \tag{12}$$



a | b

図13. 被写体のある1点が検出器上に描く軌跡
(a) 3次元コーンビーム投影の場合　(b) ヘリカルコーンビーム投影の場合



a | b | c

図14. ヘリカルコーンビームの投影データ（128×128×256データ）
(a) xz面（2次元検出器のある角度のデータ）
(b) yz面（回転軸に沿って切った断面）
(c) xy面（検出器の中心スライスの変化）

③フィルタ補正した投影データを以下の式で重み付けして逆投影する

$$f(\mathbf{r})=\frac{1}{2}\int_0^{\theta\max}\frac{{D_{so}}^2}{(D_{so}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j})^2}q(l',m,\theta)\,d\theta \tag{13}$$

$$l'=\frac{D_{so}\mathbf{r}\cdot\mathbf{i}}{D_{so}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j}} \tag{14}$$

$$m=\frac{D_{so}\left\{\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}-\left(\frac{d}{2\pi}\theta+z_0\right)\right\}}{D_{so}+\mathbf{r}\cdot\mathbf{j}} \tag{15}$$

ここで、ベクトルの内積はそれぞれ

$$\begin{cases}\mathbf{r}\cdot\mathbf{i}=x\cos\theta+y\sin\theta\\ \mathbf{r}\cdot\mathbf{j}=-x\sin\theta+y\cos\theta\\ \mathbf{r}\cdot\mathbf{k}=z\end{cases} \tag{16}$$

となる。

3次元コーンビーム再構成に対してヘリカルコーンビーム再構成は線源と検出器がz方向に変化しているので、mを求める(7)式と(15)式が大きく異なる。それ以外は同じ手順で再構成を進めることができる。

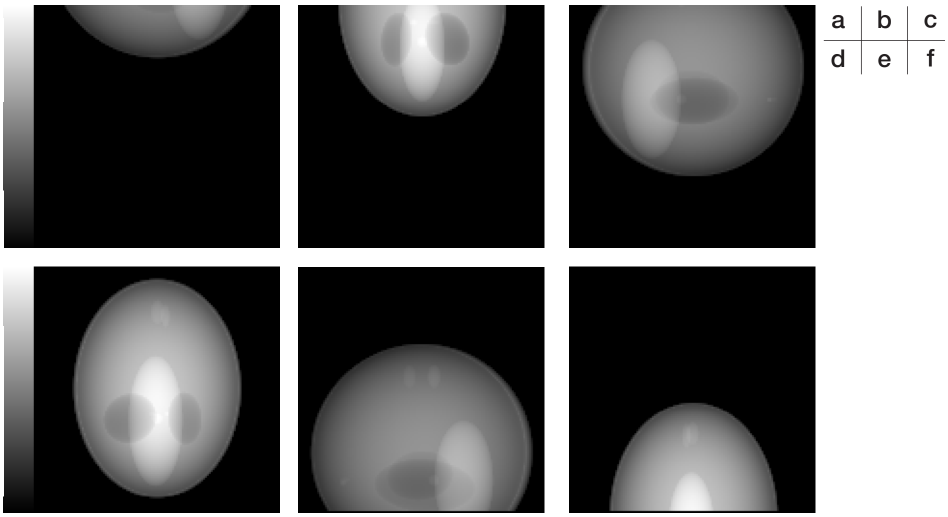


図15. ヘリカルコーンビームの投影データの角度変化に対するxz面(2次元検出器)のデータ
(a) 90度　(b) 180度　(c) 270度
(d) 360度　(e) 450度　(f) 540度

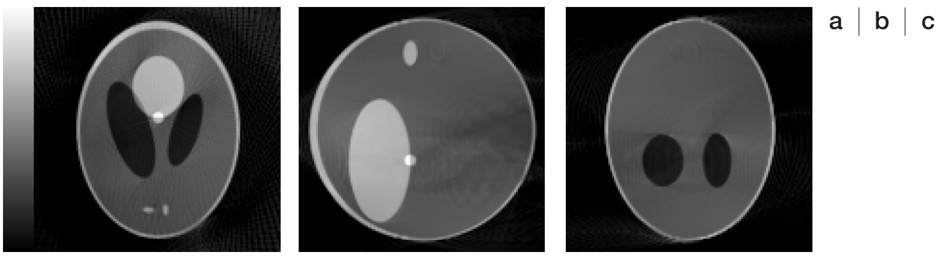


図16. Feldkampの方法を利用したヘリカルコーンビームの再構成画像
(a) 座標(64, 64, 80)を通るxy断面
(b) 座標(64, 64, 80)を通るyz断面
(c) 座標(64, 64, 80)を通るxz断面

図3に示す3次元数値ファントムから作成したヘリカルコーンビームの投影データを**図14**に示す。**図14 (a)** は、ある角度の2次元検出器の128 × 128画素のデータである。今回のヘリカルコーンビームでは2回転して720度で256投影ある。**図14 (b)** は2次元投影を2回転分重ねて回転軸に沿って切った断面である。また、**図14 (c)** は検出器の中心のスライスに沿って切った断面である。また、投影データの角度変化に対するxz面（2次元検出器）のデータを図15に示す。**図15 (a) ～ (f)** は、90度ごとに2次元検出器で検出されたデータを示している。

この投影データからここで解説した方法で再構成した画像を**図16**に示す。座標 (64, 64, 80) を通るxy断面、yz断面、xz断面をそれぞれ**図16 (a), (b), (c)** に示している。誤差はz方向にかかわらず同じになるので、アーチファクト（偽像）は上下に偏らず全体的に見られる。回転軸であるz方向の位置を変化させたxy平面に平行な断層画像を図17に示す。**図17 (a) ～ (c)** はそれぞれz = 100, 110, 120の場合の断層画像である。zの値に関わらず同じようにアーチファクトが生じている。1回転して元の位置に戻るわけではないので、楕円の周りなどには角度依存性のあるアーチファクトが見られる。

ヘリカルコーンビーム再構成では、Feldkampの方法を利用した近似解ではアーチファクトが目立ってしまうので、実際には (10) 式の③の条件を利用したより厳密な方法や繰り返しの方法が使われる。

謝辞：本研究で使用したプログラムの開発は平成17年度～平成22年度首都大学東京共同研究費（富士フィルムRIファーマ株式会社）によるものである。

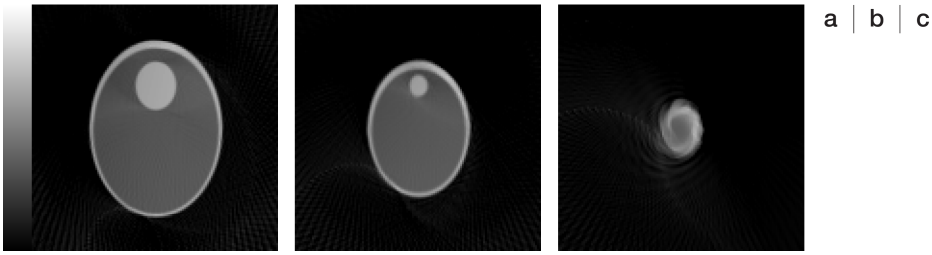


図17. 回転軸であるz軸の値を変化させた場合のxy平面に平行な断層画像
(a) z = 100　(b) z = 110　(c) z = 120